PEGEM EĞİTİM ve ÖĞRETİM DERGİSİ

PEGEM JOURNAL OF EDUCATION and INSTRUCTION

Article Type:
Research Paper

Original Title of Article:
An investigation of mathematical problem posing skills of gifted students

Turkish Title of Article:
Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma becerilerinin incelenmesi

Author(s):
Fatma ERDOĞAN, Neslihan GÜL

For Cite in:
Erdoğan, F., & Gül, N. (2020). An investigation of mathematical problem posing skills of gifted students. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi, 10*(3), 655-696. http://dx.doi.org/10.14527/pegegog.2020.022

Makale Türü:
Özgün Makale

Orijinal Makale Başlığı:
An investigation of mathematical problem posing skills of gifted students

Makalenin Türkçe Başlığı:
Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma becerilerinin incelenmesi

Yazar(lar):
Fatma ERDOĞAN, Neslihan GÜL

Kaynak Gösterimi İçin:
Erdoğan, F., & Gül, N. (2020). An investigation of mathematical problem posing skills of gifted students. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi, 10*(3), 655-696. http://dx.doi.org/10.14527/pegegog.2020.022

PEGEMAKADEMİ

Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi, 10(3), 2020, 655-696

www.pegegog.net

An investigation of mathematical problem posing skills of gifted students

Fatma ERDOĞAN [*a], **Neslihan GÜL** [**b]

[a] Firat University, Faculty of Education, Elaziğ/Turkey
[b] Ministry of National Education, Elaziğ/Turkey

Article Info

DOI: 10.14527/pegegog.2020.022

Article History:
Received 28 November 2019
Revised 04 April 2020
Accepted 03 May 2020
Online 14 July 2020

Keywords:
Mathematical problem posing,
Giftedness,
Mathematical giftedness,
Mathematics education.

Article Type:
Research paper

Abstract

This study aimed to investigate the mathematical problem posing skills of gifted students. The participants of the study, designed as a case study, were 55 middle school students (20 sixth grade, 17 seventh grade, 18 eighth grade) who were studying at Science and Art Center in a city in the Eastern Anatolia region. Data were collected through a problem posing form which includes a semi-structured problem posing task in which the students were asked to make up three problems (easy, moderately difficult, and difficult) about three different figures given. The students' responses to the problem posing task were analyzed with descriptive analysis method. Results showed that almost all of the problems posed by students were mathematical problems. Seventh and eighth-grade students posed more non-mathematical problems than sixth-grade students. Results also revealed that the students mostly posed extensive problems (related to further steps beyond the three given figures) in easy, moderately difficult and difficult tasks. Problem posing rates of the students with the level of difficulty that progresses hierarchically as desired were found to be quite low in the progression analysis of problems' difficulty level.

Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma becerilerinin incelenmesi

Makale Bilgisi

DOI: 10.14527/pegegog.2020.022

Makale Geçmişi:
Geliş 28 Kasım 2019
Düzeltme 04 Nisan 2020
Kabul 03 Mayıs 2020
Çevrimiçi 14 Temmuz 2020

Anahtar Kelimeler:
Matematiksel problem kurma,
Özel yeteneklilik,
Matematiksel özel yeteneklilik,
Matematik eğitimi.

Makale Türü:
Özgün makale

Öz

Bu çalışmada özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada, durum çalışması kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını Türkiye'nin Doğu Anadolu Bölgesi'ndeki bir ilde bulunan Bilim ve Sanat Merkezi'nde öğrenim görmekte olan 55 ortaokul (20 altıncı sınıf, 17 yedinci sınıf, 18 sekizinci sınıf) öğrencisi oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak, yarı-yapılandırılmış bir problem kurma görevinden oluşan problem kurma formu kullanılmıştır. Problem kurma görevinde öğrencilerden, verilen üç farklı şekil ile ilgili basit, orta ve zor düzeyde üç farklı problem kurmaları istenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin problem kurma görevine verdikleri yanıtlar betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Bulgulara göre, özel yetenekli öğrencilerin kurduğu problemlerin tamamına yakınının matematiksel problemler olduğu tespit edilmiştir. Yedinci ve sekizinci sınıf seviyelerinde matematiksel olmayan problem kuran öğrenci sayısının altıncı sınıfa göre fazla olduğu belirlenmiştir. Özel yetenekli öğrencilerin kolay, orta ve zor problem kurma görevlerinde ağırlıklı olarak geniş kapsamlı problemler (verilen üç şeklin ötesinde daha ileri basamaklarla ilgili problemler) kurduğu görülmüştür. Problemlerin zorluk düzeyi ilerleme analizinde, özel yetenekli öğrencilerin istenen şekilde hiyerarşik ilerleyen zorluk düzeyine sahip problem kurma oranlarının oldukça düşük olduğu sonucuna varılmıştır.

[*] **Author:** f.erdogan@firat.edu.tr **Orcid ID:** https://orcid.org/0000-0002-4498-8634
[**] **Author:** nesli-023@hotmail.com **Orcid ID:** https://orcid.org/0000-0003-2137-0206

Introduction

In recent years, the term 'giftedness' itself and meeting the academic needs of gifted students have drawn attention all around the world (Smedsrud, 2018). Giftedness can be defined as an extraordinary competence systematically developed in at least one field (Nolte, 2018). Some models have been developed to explain the term; and several researchers have tried to identify the phenomenon from various perspectives. Though there is not a consensus on the definition of the term, all of the models developed to explain giftedness share the same key concept as 'creativity' (Gagné, 2003; Renzulli, 2012). In this context, one of the main goals of special education for gifted students is to enable these students to contribute the society as creative and productive individuals (Davis & Rimm, 2004; Singer, Sheffield, & Leikin, 2017a).

Along with giftedness in a general sense, mathematical giftedness as a special term in the field, is the other one of issues the researchers have excessively focused on during the last two decades. As the dependence on developing technologies increases in the world, it becomes important to educate students who are creative and gifted in maths, science and technology (Sheffield, 2018). However, there is not a common and clear definition of mathematical giftedness in the relevant literature. According to Krutetskii (1976), whose studies on mathematical talent have been appreciated, mathematical giftedness is the combination of mathematical abilities which appears as an extraordinary creativity or a successful performance in a specific mathematical task. Goldberg (2008) defines mathematically gifted students as those who are aware of the aesthetical value and use of maths. These students expect the school provide them more challenging problems and tasks rather than restricted experiences. Besides, mathematically gifted students exhibit higher level of inductive thinking, logical reasoning and intrinsic motivation (Leikin, Leikin, Paz-Baruch, Waisman, & Lev, 2017b; Miller, 1990; Smedsrud, 2018).

The common focus of studies on mathematical giftedness has evolved to the exploration of gifted individual's mental structure from basically defining the term itself (Yazgan-Sag, 2019). In this context, some characteristics of mathematically gifted individuals were be determined to be prominent in the literature (Freiman, 2018; Gutierrez, Benedicto, Jaime, & Arbona, 2018; Johnson, 2000; Krutetskii, 1976, Leikin, et al., 2017b; Miller, 1990; Poulos & Mamona-Downs, 2018; Sheffield, 2018; Sriraman, 2005, Wagner & Zimmerman, 1986; Young & Worrell, 2018). These are as follow:

- Outstanding curiosity for mathematical knowledge and dealing with maths,
- Being able to abstract, generalize or realize mathematical structures, relationships or patterns,
- Being practical in comprehending and solving mathematical ideas or structure of problems,
- Solving a problem with a specific strategy which is different from prototypes,
- Mathematical creativity,
- Flexibility in in mathematical reasoning and problem solving,
- Processing and organizing data,
- Being able to evaluate the correctness and wrongness of a structure,
- Logical reasoning and deduction,
- Being able to transfer an existing mathematical knowledge into a newly topic and being able to pose a problem.

The ability of problem posing that researchers (e.g., Freiman, 2018; Gutierrez et al., 2018; Johnson, 2000; Krutetskii, 1976; Miller, 1990; Poulos & Mamona-Downs, 2018; Sheffield, 2018; Sriraman, 2005, Wagner & Zimmerman, 1986) focus on is one of the characteristics of mathematically gifted students and constitutes the context of this study. Thus, the current study will deal with relevant literature on problem posing.

Mathematical Problem Posing and Its Importance for Students

In the past two decades, problem posing is considered as a crucially important intellectual activity in the research on mathematics education (Cai et al., 2019). Problem posing can be defined as generating a new problem about a situation, mathematical statement or diagram (Cai et al., 2019; Stoyanova & Ellerton, 1996). Problem posing is accepted as an efficient strategy which allows students to have new opportunities for a more enhanced learning and a better development on mathematics. Moreover, problem posing is seen as an assessment tool providing more data on students' comprehension of mathematical concepts and structures (Cai & Hwang, 2019; Cai et al., 2019; English, 2019; Xu, Cai, Liu, & Hwang, 2019).

While the importance of problem solving has been taken into consideration in mathematics curriculum for a long time, problem posing has just recently become popular in educational systems (Altun, 2015; Cai & Hwang, 2019; Xu et al., 2019). National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000), while highlighting thinking, reasoning and problem solving processes, requires from students to pose problems which are based on various conditions inside and outside of maths. In the context of Turkey, it is remarkable that problem posing has gained importance in mathematics curriculum since 2005 when the education system is renewed with constructivist approach. Though the updated mathematics curriculum does not include problem posing in detail, problem posing exists as a sub-component in some learning outcomes (Ministry of National Education [MoNE], 2018).

When the literature on mathematics education is examined, it can be seen that there are several benefits of problem posing for students. In this context, most of the studies focused on the effects of problem posing on cognitive skills. These studies showed that problem posing develops students' mathematical understanding (e.g., Cai et al., 2013; 2019; Canturk-Gunhan, Gecici, & Gunkaya, 2019; English, 2019; Kılıc, 2019; Leikin, 2015; Leikin et al., 2017a; Silver & Cai, 1996). Problem posing process reveals errors and mistakes about mathematical concepts and situations the students may possibly have; thus teachers can take necessary precautions (Cai & Hwang, 2019; English, 2019; Korkmaz & Gur, 2006). On the other hand, some studies stressed possitive effects of problem posing on some affective variables such as attitude and motivation (Guzel & Biber, 2019; Turhan & Guven, 2014).

In the relevant literature, some studies stated that problem posing tasks have positive effects on thinking skills. These studies assert that problem posing tasks develop students' abilities on critical, flexible and creative thinking (Chen & Cai, 2019; Singer, Ellerton, & Cai, 2015; Singer, Sheffield, Freiman, & Brandl, 2016; Singer, Voica, & Pelczer, 2017b). All these studies show that problem posing has a crucial position in mathematics education.

Mathematical Problem Posing and Giftedness

In a number of studies, problem posing is mentioned as one of the characteristics of mathematically gifted students (Espinoza, Lupiáñez, & Segovia, 2016; Freiman, 2018; Gutierrez et al., 2018; Johnson, 2000; Sheffield, 2018; Singer et al., 2016; Sriraman, 2005). Freiman (2018) points out that gifted students can generate original, valuable and comprehensive ideas. It is emphasized that these skills are also interrelated with problem posing skill. Mathematically gifted students should be taught not only how to solve a problem but also how to restate and pose a problem. These problems should be authentic, challenging and should necessitate a certain level of effort to be solved (Singer et al., 2016).

Problem posing is correlated with creativity, an important concept of literature on giftedness, and it is treated as an important indicator of creativity (Johnson, 2000; Sheffield, 2018). Creativity is closely related to problem posing because lots of ideas are generated in creativity process (Silver, 1997; Yuan & Sriraman, 2011). Besides, in the literature, it is asserted that problem posing is one of the creative skills (Davis & Rimm, 2004). Liljedahl and Sriraman (2006) identify mathematical creativity as forming new questions with an innovative view at a common problem.

Another essential concept to be mentioned in giftedness literature is *mathematical promise*. NCTM stated in 1980's that the most ignored students are those who are mathematically gifted ones (Sheffield, 2018). It is significant that NCTM suggested the term mathematical promise in 1990's. The mathematical promise concept points out that mathematical ability can be developed based on experience (NCTM, 2016; Sheffield, 2018). Leikin (2009) stated that mathematical promise was a concept developed to meet the term mathematical giftedness based on NCTM's principle of equality. In this sense, studies show that problem posing presents opportunities to mathematically promising students to develop their abilities (Sheffield, 2003; Singer, Ellerton, & Cai, 2013).

When the current giftedness models are investigated, it is apparent that problem posing is an element of these models. For example, a model, which aims at featuring mathematical giftedness and creativity, was presented by Leikin, Koichu, and Berman (2009). In this model, mathematical giftedness is correlated with problem posing. Besides, Assmus and Fritzlar (2018) state that problem posing and solving exist in the circular process of their model where they interrelated mathematical giftedness and creativity.

Studies on problem posing in giftedness and mathematics education literature can be divided into three groups. In the first group, there are studies which investigate students' problem posing skills and mathematical thinking styles (Arikan & Unal, 2015; Erdogan & Erben, 2018; Espinoza et al., 2013, 2016; Kesan, Kaya, & Guvercin, 2010; Levenberg & Shaham, 2014). Espinoza et al. (2013) analysed mathematically gifted students' responses in problem posing tasks for arithmetic. The study determined that students pose problems which include various computing procedures and various semantic structures. Erdogan and Erben (2018), who gained similar results with Espinoza et al. (2013), determined that gifted students can pose problems on four operations with various semantic structures. Kesan et al. (2010) stated that gifted students' abilities as analysis and synthesis developed as a result of studying with problem posing approach. Levenberg and Shaham (2014) determined that gifted students' abilities of problem posing on geometry terms are at low level. Some studies compared problem posing skills of students who are gifted and non-gifted (Arikan & Unal, 2015; Espinoza et al., 2016). These studies revealed that problem posing success of gifted students is higher, more solvable and semantically richer than that of non-gifted students.

The studies in the second group are linked to creativity and problem posing. The results of the studies show that problem posing activities develop creativity of mathematically gifted students (Singer & Voica, 2015; Singer et al., 2016; Voica & Singer, 2013). Voica and Singer (2013) determined that problem posing is more efficient than problem solving in encouraging creativity.

The last group of the related studies points out that problem posing can be used as an instrument to identify gifted students (Kesan et al., 2010; Singer & Voica, 2015; Voica & Singer, 2014). Voica and Singer (2014) mention three characteristics as the indicators of mathematical giftedness in terms of problem posing: comprehending the concepts in detail, the skill of generalizing reasoning, a capacity to frame and reframe content in order to devise new problems. In context with abovementioned literature, it is possible to state that problem posing is an essential skill for gifted students.

Purpose and Significance of the Study

When international literature is analysed, it is seen that there are many studies analyzing gifted students' problem posing skills at various dimensions (e.g., Espinoza et al., 2013; 2016; Kesan et al., 2010; Levenberg & Shaham, 2014; Singer & Voica 2015; Singer et al., 2016; Voica & Singer, 2013; 2014). However, there are an inadequate number of studies focusing on gifted students' problem posing process in Turkey (Arikan & Unal, 2015; Erdogan & Erben, 2018). Considering this gap in the literature and the emphasis on the problem posing among characteristics of mathematically gifted students, the current study focused on mathematical problem posing skills of gifted students. Thus, the study is anticipated to fill the gap in the literature on giftedness and mathematics education.

Previous studies on gifted students' problem posing skills (Arikan & Unal, 2015; Erdogan & Erben, 2018; Espinoza et al., 2013; 2016; Kesan et al., 2010; Levenberg & Shaham, 2014) focused on only one grade level. Neither national nor international literature provides any study that investigated the across-grades differences in gifted students' problem posing skills. In this study, the differences in the problem posing skills of gifted students according to grade levels are revealed. The study differs from previous ones with this feature.

Leikin (2011) points out that the literatures on giftedness and mathematics education are represented in one another in a limited level. Besides, the researcher states that studies on mathematical giftedness do not deal with students' level of mathematics learning and their mathematical thinking processes sufficiently. Studies on gifted students' problem posing processes are very limited and there is an insufficient amount of knowledge. The current study is devoted to investigate the qualities of problems posed by gifted students from various perspectives as well as determining their deficiencies. In this sense, the findings of the study are expected to shed light on further research on gifted students. Besides, the current research is essential in contributing existing literature on problem posing.

Teachers' analysis on the responses of open ended tasks enables them to have a feedback on what their students know. Thus, they can design better problem solving and posing tasks (Cai, 2003; Cai & Hwang, 2019; English, 2019; Xu et al., 2019; Sheffield, 2018). Accordingly, the results of the current research are expected to provide teachers with necessary knowledge about gifted students and direct teachers in planning problem posing tasks.

Differentiated mathematics programs, which are well aware of the needs and interests of gifted students, are developed for gifted students in countries such as United States of America, Germany, Netherlands, England, New Zealand, and Russia (NCTM, 2016; Smedsrud, 2018; Van Tassel-Baska & Stambaugh, 2006). It is suggested that differentiated mathematics programs should include problem posing activities (NCTM, 2016). However, it can be said that studies on the quality of education for gifted students and the efforts to develop a program suitable to gifted students' needs are insufficient in Turkey (Özçelik, 2017). The findings of this study may provide program development experts with an understanding into the process of designing tasks for problem posing. Motivated by the aforementioned concerns, this study aimed to investigate the mathematical problem posing skills of gifted students. To this end, the study seeks to answer the following questions:

1. How are gifted students' easy, moderately difficult and difficult mathematical problem-posing skills according to their grade levels?
2. How does the difficulty level progression vary in problems posed by gifted students?

Method

Research Design

Case study, which is one of the qualitative research designs, was used in this study in order to investigate gifted students' mathematical problem posing skills. Case study requires an in-depth description and investigation of a restricted system (Merriam, 1998). Situations, persons, curriculums, groups (communities), behaviors and events are investigated in a case study (Yin, 2017). This study has investigated gifted students as analysis unit. Besides, the mathematical problem posing skills of gifted students constituted the situation of the study.

Participants

Participants of the study were 55 middle school students (20 sixth grade, 17 seventh grade, 18 eighth grade) who were defined as gifted students and were studying at Science and Art Center in a city in the Eastern Anatolia region. Participants were identified by the appropriate sampling method. In the appropriate sampling method, participants are selected because they are suitable in terms of cost and accessibility (Muijs, 2004). As the study was easier to carry out, the participants were identified by appropriate sampling. The reason of selecting participants from various grade levels was to investigate across-grades differences in gifted students' problem posing skills. 23 of the participants were female (41.82%), and 32 of them were male (58.18%). The participants' ages were between 10 and 14 years. Twenty six participants (47.27%) were studying in public schools, 29 of them were studying in private schools (52.73%). All of the participants were studying at Science and Art Center of their province within the scope of a program which aims at creating awareness for individual abilities. Besides, in the study, volunteering of participants was essential. In the findings section, the researchers preferred to use 'students' to refer gifted students for a shorter and clearer expression.

Data Collection Tools

The data collection instrument of the study was a problem posing form which includes a semi-structured problem posing task (Appendix 1). Students were given an open-ended situation in semi-structured problem posing task. Based on this, they were expected to pose a problem by applying their existing knowledge and experience on mathematics (Stoyanova & Ellerton, 1996). The task included in the form was previously used in Cai's (2003) study. On the use of the task in this study, necessary permission was obtained from Dr. Cai. In the problem posing task, the students were asked to make up three problems about three figures given. These problems were expected to be at three difficulty levels: easy, moderately difficult, and difficult. Expert opinions from three faculty members (They specialized in the field of mathematics education) and four maths teachers (two teachers work at middle school and two teachers work at Science and Art Center) were gathered for problem posing task used in the study. Experts found the task appropriate in terms of language and student level. Consequently, experts did not suggest any changes regarding the task. It was decided that the problem posing task was appropriate for students' level after the mathematics curriculum (MoNE, 2018) was examined and expert opinions were obtained. Lastly, a pilot study was conducted with the participation of students from sixth, seventh, and eighth grades (four students from each grade level) who were not included in the main study. Pilot study aimed at investigating feasibility of problem posing task. As a result of the pilot study, no deficiencies were detected in the task. Pilot study revealed that the task was comprehended properly.

Data Collection and Analysis

The problem posing form was applied to all grade levels by their math teachers. There was not any time limit during problem posing session. It was observed that the students completed in averagely 30 minutes. The students' responses to the problem posing task were analyzed with descriptive analysis method within the framework suggested by Cai (2003) in his study. This framework is given in Table 1. The problems were classified according to their content and difficulty levels.

Firstly, the problems posed by the students were divided into two categories according to their contents as those being mathematical and non-mathematical problems. Those which are labelled as non-mathematical problems refer to the problems which cannot be solved by mathematical operations (Leung, 2013). The problems of the first group, those which were labelled as mathematical, were classified as extension problem or non-extension problem.

An extension problem refers to a problem which was related to further steps beyond the three given figures. A non-extension problem refers to a problem which was related to the given three figures. Both extension and non-extension problems are coded as "including dots in one figure, including dots in more than one figure, comparing the number of dots in the figures". While coding extension problems, three other codes were added to the existing code list. These codes are "requiring drawing a figure, rule-based general (vague and cannot be answered in a specific way) and rule-based specific (which has details to help solving the problem)". Table 1 shows the categories, codes, and samples from student responses for problem posing task.

Table 1.
Categories, Codes, and Sample Responses for the Analysis of Problem Posing Task.

Category	Code	Sample response
Extension mathematical problem	Including dots in one figure	How many black circles are there in the fourth figure? #S6-8
	Including dots in more than one figure	What is the sum of all the white dots of the above pattern from step one to tenth? #S6-12
	Comparing the number of dots in the figures	How many times do the circles increase at a time in the above pattern? #S8-4
	Requiring drawing a figure	How does the twelfth step of the pattern given above? Draw it. #S7-12
	Rule-based general	What is the rule of the above pattern? #S7-4
	Rule-based specific	What is the rule that shows the increase of black dots in the pattern shown above? #S8-16
Non-extension mathematical problem	Including dots in one figure	What exponent of which number is painted in the third figure?#S6-14
	Including dots in more than one figure	What is the multiplication of the black dots in the first figure and the second figure and the addition of white dots in the third figure? #S6-5
	Comparing the number of dots in the figures	How many times at a time have the white rounds in the first figure increased in the second and third figures? #S7-13
Non-mathematical problem		In which figure black dots in the pattern will be greater than the white dots? #S7-9

For the analysis of progression of difficulty level, the problems posed by the students in the study were coded as easy (P1), moderately difficult (P2) and difficult (P3) based on their difficulty levels. The students who posed at least two mathematical problems were included in the analysis of difficulty level progression. As a result, one student from seventh grade and two students from eighth grade were not included in this analysis (n=52). Following criteria were used for the comparisons of difficulty levels (Cai, 2003):

- An extension problem is more difficult than a non-extension problem.
- Among extension problems, a rule-based specific problem is more difficult than the others.
- A problem which consists of comparing the number of dots in the figures is more difficult than the one which includes dots in one figure.
- A problem which consists of combining the number of dots in figures is more difficult than the one which includes dots in one figure.
- A problem which requires drawing a figure is more difficult than the one which asks to find the number of dots in a figure.
- A problem which involves later figures in the pattern is more difficult than the one which involves an earlier figure.

The analysis of difficulty level progression concerning problem posing task and samples of student responses are shown in Table 2. Inter-rater agreement was used to determine the reliability of the study. To this end, problems posed by the students were independently coded by two raters based on the theoretical framework (165 problems in all). Inter-rater agreement was found as 87.88% (145/165). Accordingly, problems posed by the students were coded by two independent raters in terms of the difficulty level (52 forms in all). Inter-rater agreement was found as 90.38% (47/52).

Table 2.
Analysis of Difficulty Level Progression of Problems Posed by Students and Sample Responses.

Category of difficulty level	Sample response
P1 <P2< P3	*The easy problem:* According to the rule of the above pattern, how many black circles and how many white circles are there in the fifth figure? *The moderately difficult problem:* According to the above pattern, what is the difference between the total of black and white circles and the difference between black and white circles in the 21st figure? *The difficult problem:* According to the rule of the above pattern, what is the sum of total black and white circles, and difference between black and white circles in the 34th figure? #S6-4
P1 <P3 and P2 <P3 or P1< P2 and P1 <P3	*The easy problem:* How many white dots are there in the sixth figure of this pattern? *The moderately problem:* What is the ratio of black circles to white circles up to the tenth figure of this pattern? *The difficult problem:* How many black dots are there in the 100th figure? #S7-17
Having at least one of the following: P1 >P2, P2 >P3, P1> P3	*The easy problem:* How many white and how many black dots are there in step 97 of this pattern? *The moderately problem:* If the color of the colored circles in the pattern was changed to the opposite, what would be the number of black circles in step 14 of the new figure? *The difficult problem:* If each black circle in the pattern makes any white circle next to it black, how many white circles will there be in step 11? #S8-8

According to Miles, Huberman and Saldana (2014), inter-rater agreement should be at least 80.00% for an acceptable reliability. Though inter-rater agreement level of the current study is seemed to be sufficient, the researchers discussed on codes until they reached a consensus.

For example, *"How are the 4th and 5th figures depending on the relationship of the black and white beads? Draw. #S7-13"* problem is one of the problems discussed. There is consensus that this problem is in the "extension mathematical problem" category. However, it was discussed whether the problem is of "including dots in more than one figure" type or "requiring drawing a figure" type. In the problem, it was decided that there was no questioning about the relation of the points in more than one figure. Besides, drawing figures is emphasized in the problem. As a result, this problem was coded as "requiring drawing a figure". In addition, in the findings section, examples of the problems that students posed are presented. However, the students are coded as S7-15 (seventh grade, fifteenth student) for confidentiality.

Findings

Findings in terms of Posing Easy, Moderately Difficult and Difficult Problems according to Students' Grade Levels

In this part, findings regarding the analysis of the problems which were posed by students are presented. First of all, the distribution of frequency percentages of mathematical and non-mathematical problems is displayed in Table 3.

Table 3.
Distribution of Frequency Percentages of Mathematical and Non-Mathematical Problems.

	Percentage of problems			
Problem	**Sixth grade (60 problems)**	**Seventh grade (51 problems)**	**Eighth grade (54 problems)**	**Total (165 problem)**
Mathematical problem	98.33	82.35	85.19	89.09
Non-mathematical problem	1.67	17.65	14.81	10.91

According to Table 3, it is seen that all the students from each three grade levels provided an answer for the easy, moderately difficult and difficult problem posing tasks. Accordingly, 165 answers were collected in total. It was identified that most of the posed problems were mathematical problems with a rate of 89.09%. The rate of the non-mathematical problems was quite low with a rate at 10.91%. Sixth grade is the one at which we encountered the mathematical problems most (98.33%). Based on this finding, it can be said that almost all the sixth graders posed problems. Nearly 82.35% of the seventh graders and 85.19% of the eighth graders posed problems. It is seen that the rate for both grades are really close to each other. Non-mathematical problems were detected most at the seventh grade level (17.65%). After a general analysis of the problems, detailed analysis of the easy, moderately difficult and difficult problems will be presented. In this sense, the distribution of frequency percentages of easy problems is given in Table 4.

Table 4.
Distribution of Frequency Percentages of Easy Problems.

			Frequency percentages (%)			
Posing easy problems			**6th grade (n=20)**	**7th grade (n=17)**	**8th grade (n=18)**	**Total (n=55)**
Mathematical problem	Extension problem	Including dots in one figure	45.00	23.53	55.56	41.82
		Including dots in more than one figure	5.00	.00	.00	1.81
		Comparing the number of dots in the figures	5.00	.00	5.56	3.64
		Requiring drawing a figure	15.00	23.53	5.56	14.55
		Rule-based general	10.00	11.76	5.56	9.09
		Rule-based specific	.00	.00	11.11	3.64
		Total	80.00	58.82	83.33	74.55
	Non-extension problem	Including dots in one figure	5.00	5.88	.00	3.64
		Including dots in more than one figure	10.00	5.88	16.67	10.91
		Comparing the number of dots in the figures	5.00	11.76	.00	5.45
		Total	20.00	23.53	16.67	20.00
Non-mathematical problem			.00	17.65	.00	5.45

According to Table 4, it is seen that almost all the students, that is 94.55 % of them, posed mathematical problems during easy task. Only 5.45% of the students created non-mathematical problems. All students from sixth and eighth grades posed mathematical problems. Upon analysing mathematical problems, it was determined that extension problems (74.55%) are three times more than non-extension problems (20.00%). Although extension problems are close to each other in terms of their rates, they are mostly seen at eighth (83.33%) and sixth (80.00%) grade levels.

It was determined after the analysis of the extension problems that 41.82% of the students mostly posed problems “including dots in one figure”. Nearly half of the sixth grade students with a rate at 45.0% and more than half of the eighth grade students with a rate at 55.56% posed problems type “including dots in one figure”, whereas this rate was 23.53% for seventh grade students. Examples of problems “including dots in one figure” are given below:

How many rounds are not painted in the fourth figure? #S6-17

According to the figures given, how many black circles will the sixth figure have? #S7-15

What is the division of painted circles in figure five into circles without paint in a pattern that progresses as in the figure? #S8-1

In extension problems, the second common problem type posed by students was problems “requiring drawing a figure” with a rate of 14.55%. Sample problems within the scope of "requiring drawing a figure" are as follows:

How is the fourth figure? Draw. #S6-7

What happens in step six according to the pattern? Draw. #S7-6

A student wants to draw the first figure on paper and bring it on. According to this, what happens in the fourth figure? #S8-13

Among extension problems, “rule-based general” problems were rarely seen at all three levels (10.00% of sixth graders, 11.76% of seventh graders, and 5.56% of eighth graders). From this point, it can be stated that 9.09% of the students posed problems which are suitable to the general rule of the pattern, but which cannot be solved. Examples of “rule-based general” problems are presented below:

What is the rule of the above pattern? #S6-10

What could be the rule of the above pattern? #S7-7

How does the pattern function here? #S8-9

It was determined that “rule-based specific” problems which are intended for the general rule of the pattern and which can be solvable were posed by only 11.11% of the eighth graders. An example of the "rule-based specific" problem type is *"How to show the increase of the black circles given in the figures? #S8-17".* The least common problem type which was posed by 1.81% of the students was problems “including dots in more than one figure”. This type of problem was not posed by seventh and eighth graders, and they were posed by only 5.00% of the sixth grade students. An example of this problem type is *"What is the sum of the circles in step 6 and step 4 of the above pattern? #S6-16".*

When non-extension problems were examined, it was determined that 10.91% of the students posed problems “including dots in more than one figure” which is also the highest rate. Examples of the problem type "including dots in more than one figure" are given below:

What is the sum of the black circles in the first and second figures on the pattern? # S6-5

In all three figures, what is the sum of the painted parts of the figures created with a single row on the edge? #S7-8

What is the difference between painted and unpainted figures in the first and second figures? #S8-11

Problems “including dots in one figure” (3.64%) and “comparing the number of dots in the figures” (5.45%), whose rates are close to each other, were posed by sixth and seventh graders. The problem of *“How many of the second figures are painted? #S6-14”* is of the type “including dots in one figure”. The problem of *“How many more circles are there in all three figures than the previous one? #S6-3”* is an example of the problem type of “comparing the number of dots in the figures”.

Non-mathematical problems were only seen at the 17.65% of the seventh graders. An example of the non-mathematical problem type is as follows: *“Aynur went to the market and bought a candy. She decided to buy candy every day. She increased three more in the beginning and three more in the following days. How many candies did Aynur take on the fifth day? #S7-16”.*

The distribution of the frequency percentages of moderately difficult problems posed by students are given in Table 5. When Table 5 is considered, it is determined that students mostly posed mathematical problems with a rate of 90.91% at moderately problem posing task. With a very little rate, it is seen that 9.09% of the students posed non-mathematical problems. 76.36% of the mathematical problems were extension problems, whereas only 14.55% of them were non-extension problems.

Extension problems were mostly encountered at sixth grade level (90.00%). The rate of the extension problems posed at seventh (70.59%) and eighth grade levels (66.67%) were really close to each other.

Table 5.

Distribution of Frequency Percentages of Moderately Difficult Problems.

Posing moderately difficult problems			Frequency percentages (%) 6th grade (n=20)	7th grade (n=17)	8th grade (n=18)	Total (n=55)
Mathematical problem	Extension problem	Including dots in one figure	60.00	23.53	38.89	41.82
		Including dots in more than one figure	15.00	23.53	11.11	16.36
		Comparing the number of dots in the figures	.00	.00	5.56	1.82
		Requiring drawing a figure	15.00	11.76	5.56	10.91
		Rule-based general	.00	11.76	5.56	5.45
		Rule-based specific	.00	.00	.00	.00
		Total	90.00	70.59	66.67	76.36
	Non-extension problem	Including dots in one figure	5.00	5.88	.00	3.64
		Including dots in more than one figure	5.00	11.76	16.67	10.91
		Comparing the number of dots in the figures	.00	.00	.00	.00
		Total	10.00	17.64	16.67	14.55
Non-mathematical problem			.00	11.76	16.67	9.09

Upon analysing extension problems, it was seen that nearly half of the students posed problems “including dots in one figure” with a rate of 41.82% (60.00% of sixth graders, 23.53% of seventh graders, and 38.89% of eighth graders). Examples of problems of "including dots in one figure" are given below:

According to this pattern, what is the difference between the painted and unpainted circles in the sixth figure? #S6-6

Multiply the number of black and white balls in the fourth step. What is the result? #S7-3

How many solid hoops do you have in the 159th figure? #S8-10

In the second place, 16.36% of the students posed problems “including dots in more than one figure”. Examples of problems involving "including dots in more than one figure" are as follows:

If we subtract the number of filled round numbers in figure 4 from the number of filled rounds in figure 12, what is the result? #S6-15

What is the ratio of black balls to white balls in circles up to the tenth figure of this pattern? #S7-17

What is the sum of the black point numbers in figure 8 and 17? #S8-2

The third place belonged to “requiring drawing a figure” problems posed by the 10.91% of the students. The problem of *"What is the 6th step of the pattern? Draw. #S6-1"* can be given as an example for the problems of “requiring drawing a figure”. “Rule-based general” problems were slightly posed by only seventh (11.76%) and eighth grade students (5.56%). The problem of “*What is the rule of the given pattern? Write. #S7-1”* is an example for “rule-based general” problems.

The least seen problem type was “comparing the number of dots in the figures” with a rate of 1.82%. This problem type was not encountered at sixth and seventh grade levels while it was determined in 5.56% of the eighth grade students. Besides, “rule-based specific” problems were not posed by any of the grade levels. The problem *"How would the number of black circles in step 14 of the new figure be changed if the colors of the colored circles on the pattern were changed the other way around? #S8-8”* is an example of the problem type of "comparing the number of dots in the figure".

When we look at non-extension problems, it is seen that 10.91% of the students posed very little problems about “including dots in more than one figure”. An example of a problem that covers" including dots in more than one figure" is as follows: *What is the difference between the painted dots of the first and second figures and the unpainted dots of the third figure? #S8-11.* Problems “comparing the number of dots in the figures” were not posed by any of the grade levels. Non-mathematical problems were not seen at sixth grade level, whereas they were identified among seventh and eighth grade levels with rates of 11.76% and 16.67% respectively. Examples of non-mathematical problems are as follows:

Every time Mehmet wins a table tennis game, he gets some ping-pong balls. He had a ball in his first match. He holds four balls in the second and nine in the third. How many balls will there be at the end of the seventh match? #S7-11

According to the figures above, how many black dots will be twice the number of white dots? #S8-18

The distribution of the frequency percentages of difficult problems posed by students are given in Table 6.

Table 6.
Distribution of Frequency Percentages of Difficult Problems.

Posing difficult problems			6th grade (n=20)	7th grade (n=17)	8th grade (n=18)	Total (n=55)
Mathematical problem	Extension problem	Including dots in one figure	15.00	41.18	33.33	29.09
		Including dots in more than one figure	55.00	23.53	22.22	34.55
		Comparing the number of dots in the figures	.00	.00	.00	.00
		Requiring drawing a figure	10.00	5.88	5.56	7.27
		Rule-based general	.00	.00	5.56	1.82
		Rule-based specific	.00	.00	.00	.00
		Total	80.00	70.59	66.67	72.73
	Non-extension problem	Including dots in one figure	10.00	.00	.00	3.64
		Including dots in more than one figure	5.00	5.88	5.56	5.45
		Comparing the number of dots in the figures	.00	.00	.00	.00
		Total	15.00	5.88	5.56	9.09
Non-mathematical problem			5.00	23.53	27.78	18.18

When Table 6 is analysed, it is seen that 81.82% of the students posed mathematical problems and 18.18% of them posed non-mathematical problems at difficult problem posing. Among easy, moderately difficult, and difficult problems, non-mathematical problems were most seen at difficult problem cases. 72.73% of the mathematical problems were extension problems, whereas it was determined that non-extension problems were also posed though with a little rate of 9.09%. The occurrence of extension problems decreases from sixth grade through eighth grade levels (80.00% of sixth graders, 70.59% of seventh graders, and 66.67% of eighth graders).

After the analysis of extension problems, it is seen that students posed four different types of problems. The most popular problem type was type “including dots in more than one figure” which was posed by 34.55% of the students. This problem type was mostly posed by nearly more than half of the sixth grade students with a rate of 55.00%. Examples of problems about “including dots in more than one figure" are given below:

What is the half of the sum of the circles in the seventh and ninth figure? #S6-17

According to the pattern given above, what is the sum of the black dots in steps 6 and 8 divided by the number of black dots in step 5? #S7-12

What is the sum of the square root of the difference of black and white points in step 8 and the square root of the difference of black and white points in step 4? #S8-3

The second most common problem type was "including dots in one figure" with a rate of 29.09%. This problem type was posed by 41.18% of the seventh grade students, which means nearly half of them. Examples of problems of "including dots in one figure" are as follows:

If a spotted T-shirt would be printed in the number of dots in figure 5, how many spots would it have on the back and front of the shirt? #S6-9

How many unpainted circles are there in the 100th step of the above pattern? #S7-14

In the 11th figure, filled circles are how many more than hollow circles? # S8-5

The rate for the problem type of "requiring drawing a figure" is very low (7.27%). The problem *"How are the fourth and fifth figures according to the relationship of the black and white beads? Draw. #S7-13"* can be given as an example of type "requiring drawing a figure". "Rule-based general" problems were only written by 5.56% of the eighth grade students and they were the least encountered problems. The problem "*What is the rule of the above pattern #S8-12"* is an example for the "rule-based general"problem type. "Comparing the number of dots in the figures" and "rule-based specific" problems types were not seen at any grade levels.

When it comes to non-extension problems, it is seen that students posed two types of problems: "including dots in more than one figure" (5.45%) and "including dots in one figure" (3.64%), and the number of posed problems was very few. Problems "including dots in one figure" were not seen at seventh and eighth grade levels, whereas they were detected at 10.00% of the sixth grade students. The problem of *"If we add the painted figures of the three figures and multiply them with the unpainted figures, what is the result? #S8-11"* is an example for "including dots in more than one figure". The number of non-mathematical problems increases from sixth grade to eighth grade levels (5.00% of sixth graders, 23.53% of seventh graders, and 27.78% of eighth graders). An example of non-mathematical problems is as follows: *When the pattern continues, how many units will the area of figure 6 become? #S7-7.*

Findings Regarding Difficulty Level Progression of the Problems Posed by Students

After the detailed analysis of the easy, moderately difficult and difficult problems, the analyses of the problems on their difficulty levels are presented. In this regard, the frequency percentages of the categories of analyses on difficulty level progression of the problems are given in Table 7.

As only students who were able to pose at least two mathematical problems were included to the analyses of the progression of the difficulty levels, 52 forms were sorted out. In addition to this, problems were shown as easy (P1), moderately difficult (P2), and difficult (P3). According to this, when we look at Table 7, it is seen that half of the sixth grade students posed problems whose difficulty level with full progressive problems as P1<P2<P3. When these problems were analysed, it was determined that they were mostly suitable to "a problem which involves later figures in the pattern is more difficult than the one which involves an earlier figure" criteria. The problems suitable for this criterion are as follows:

(P1) How many black dots are there in the fourth step of the figure above?

(P2) What is the sum of all the white dots from 1 to 10 of the above pattern?

(P3) What is the multiplication of all the white and black dots from 1 to 20 of the above pattern? #S6-12

As seen in the sample problems, although students posed problems with a similar structure, they managed to progress difficulty levels as they advanced the number of steps in the pattern. Besides, the problems whose difficulty level advances as being P1< P2<P3 were rarely seen among seventh graders (6.25%).

Table 7.
Analyses on the Difficulty Level Progression of the Problems Posed by Students.

	Frequency percentages (%)			
Category of difficulty level	6th grade (n=20)	7th grade (n=17)	8th grade (n=18)	Total (n=55)
P1 <P2< P3	50.00	6.25	25.00	28.85
P1<P3 and P2<P3 or P1<P2 and P1<P3	15.00	18.75	6.25	13.46
Having at least one of the following: P1>P2, P2>P3, P1>P3	20.00	50.00	43.75	36.54
Unable to compare difficulty level	15.00	25.00	25.00	21.15

Seventh grade students posed the most problems whose difficulty levels partially advance (P1<P3 and P2<P3 or P1<P2 and P1<P3) while they were followed by sixth grade students with 15.00% and eighth grade students with 6.25%. Examples of problems whose difficulty levels partially progress are given below:

(P1) According to the figures given, how many black circles will the sixth figure have?

(P2) What is the total number of black and white circles up to figure 8 according to the figures given?

(P3) According to the figures given, what is the difference between the number of white circles in figure 8 and the black circles in figure 4? #S7-15

The difficulty level of the sample problems progresses partially as “P1 <P2 and P1 <P3” in accordance with the criterion of “a problem which consists of combining the number of dots in figures is more difficult than the one which including dots in one figure”.

Half of the seventh grade students (50.00%) and nearly half of the eighth grade students (43.75%) posed problems whose difficulty levels advanced only in two problems (Having at least one of the following: P1>P2, P2>P3, P1>P3). This rate is lower at sixth grade level, 20.00%. Examples of difficulty levels that advance only in two problems are presented below:

(P1) How many black dots would there be in the 110th figure?

(P2) How many solid hoops will there be in the 159th figure?

(P3) How many black dots are there in the square with 30 empty circles per edge? #S8-10

All three of the aforementioned problems are of "extension-including dots in one figure". Therefore, the difficulty level progression of the problems was evaluated in accordance with the criterion of “a problem which involves of later figures in the pattern is more difficult than the one which involves an earlier figure”. In addition, the difficulty level of the problems advanced only in two problems (P1> P3 and P2> P3).

Although the rate of the problems whose difficulty levels could not be compared was the same in seventh and eighth grade students (25.00%), this rate declined to 15.00% at sixth grade level. Examples of problems whose difficulty levels could not be compared are as follows:

(P1) What could be the rule of the above pattern?

(P2) When the pattern is continued two more figures, what is the sum of all the black dots in the pattern?

(P3) When the pattern continues, how many units will the area of figure 6 become? #S7-7

The above given P1 is a problem type of “extension-rule-based general”, P2 “extension-including dots in more than one figure” and P3 “non-mathematical”. Problems do not meet the difficulty level comparison criteria. Therefore, the difficulty level of the problems could not be compared.

Discussion and Conclusion

This study aimed to investigate the mathematical problem posing skills of gifted students. As an answer to the first sub-problem of the study, almost all of the problems posed by the gifted students were found to be mathematical problems. Mathematical problems were mostly observed at the sixth grade level. Mathematical problem posing rates of seventh and eighth grade gifted students were similar but lower than sixth grade students. Accordingly, at the seventh and eighth grade levels, the number of students posing non-mathematical problems was found to be higher than the sixth grade. The reason for this finding is thought to be that the seventh and eighth grade students tried to establish more complex problems in order to increase the difficulty level. In fact, it was found that the ratio of non-mathematical problems increased in the task of posing moderately difficult and difficult problems. Leikin et al.'s (2017b) statements support this conclusion. Hence, an essential element that differentiates mathematically gifted students from non-gifted students is that they spend much mental effort on complex tasks. In addition, gifted students answered all of the tasks. These findings suggest that the gifted students have a high level of ability to pose problems. This result is similar to the results of those studies claiming that one of the characteristic features of the gifted students is the ability to pose problems (Espinoza et al., 2016; Freiman, 2018; Gutierrez et al., 2018; Johnson, 2000; Sheffield, 2018; Singer et al., 2016; Sriraman, 2005; Wagner & Zimmerman, 1986). Wagner and Zimmerman (1986) emphasized that posing problems is one of the basic skills of gifted individuals. In addition, Espinoza et al. (2016) and Freiman (2018) stated that mathematically gifted students have high levels of problem posing skills.

In the literature, it is emphasized that studies dealing with mathematics and giftedness education together are insufficient (Leikin, 2011; Sheffield, 2018; Singer et al., 2016). There are also few studies examining gifted students' problem posing skills (e.g., Arikan & Unal, 2015; Erdogan & Erben, 2018; Espinoza et al., 2013; 2016; Kesan et al., 2010; Levenberg & Shaham, 2014). Besides, no study examining the problem posing skills of gifted students at different grade levels was found. Therefore, it can be said that there is an insufficient amount of knowledge to provide a more detailed discussion of the results of this study. However, the results of this study can be compared with those of other studies focused on non-gifted students. For example, Bozkurt and Karsligil-Ergin (2018) used, in some part of their study, the problem posing task employed in the current study. However, the success of posing mathematical problems in Bozkurt and Karsligil-Ergin's (2018) study is significantly lower than the achievement of gifted students in the present study. This conclusion is consistent with the results indicating that the mathematical problem posing skills of gifted students are higher than their peers (Arikan & Unal, 2015; Espinoza et al., 2016; Johnson, 2000; Singer et al., 2016). Studies comparing the problem posing skills of gifted and non-gifted students reveal that gifted students have higher levels of mathematical problem posing achievement (Arikan & Unal, 2015; Espinoza et al., 2016). In this respect, Johnson (2000) stated that gifted students are able to pose more solvable mathematical problems than their peers. Singer et al. (2016) also stated that, compared to their peers, gifted students have higher ability to solve non-routine problems and higher problem posing skills

The findings of this study show that gifted students mostly posed extensive problems in easy, moderately difficult and difficult tasks. Extensive problems are problems that are related to further steps beyond the presented three figures. In this context, it can be said that gifted students thought about wider sets beyond special cases. This result is consistent with those stating that gifted students think beyond the usual and present high-level thinking skills in problem solving and posing situations (Gutierrez et al., 2018; Johnson, 2000; Sheffield, 2018; Yuan & Sriraman, 2011). Gutierrez et al. (2018) stated that gifted students make cognitive efforts on the complexity and width of mathematical structures in problem solving and posing situations. Yuan and Sriraman (2011), on the other hand, revealed that mathematical problem posing skills are related to mathematics knowledge and success. In this context, gifted students are more successful in mathematics than their peers, besides they can establish problems reflecting a wider mathematical perfective (Johnson, 2000; Yuan & Sriraman, 2011).

The detailed analysis of extension problems revealed some noteworthy results. In this respect, almost half of the gifted students posed problems “including dots in one figure” in easy and moderately difficult tasks. On the other hand, problems “including dots in more than one figure” were the most common type in the difficult task. Based on this finding, it can be argued that gifted students consider that problems will become more difficult when considering multiple forms.

Regarding the extension problems, problems “including dots in more than one figure” were found to be the least common type in the easy task. In the moderately difficult and difficult tasks, problems “comparing the number of dots in the figures” were found to be rare. This finding can be considered as that gifted students do not take multiple forms into consideration adequately when they pose extensive problems beyond three forms. In terms of non-extensive problems, mostly problems “including dots in more than one figure” were posed in easy, moderately difficult and difficult tasks. This indicates that gifted students take multiple forms into account in constructing non-extension problems.

One of the notable results of this study is related to generalization skills. One of the characteristics of gifted students is that they have a high level of generalization skills (Freiman, 2018; Gutierrez et al., 2018; Krutetskii, 1976). However, the findings of this study show that a small number of gifted students established “rule-based general” (It’s vague and cannot be answered in a specific way) problems in all of the easy, moderately difficult and difficult tasks. A small number of eighth grade students posed “rule-based specific” problems (related to the general rule of the pattern and solvable) only in the easy task. This finding points out that gifted students posed very few problems regarding the general rule of the pattern. The past experiences of the gifted students are thought to be the reason for this situation, that is, the gifted students may have not had enough experience of problem posing and generalization. The existing literature supports this view. In this context, gifted students were found to have difficulty in determining the general rule of patterns (Amit & Neria, 2008; Benedicto, Jaime, & Gutiérrez, 2015; Fritzlar & Karpinski-Siebold, 2012). In addition, the results of studies indicate that there is insufficient number of activities for problem posing activities for both gifted and non-gifted students in classroom environment (Levenberg & Shaham, 2014; Sheffield, 2018; Xu et al., 2019).

Regarding the second sub-problem of the study, an analysis of difficulty level progression of problems posed by gifted students was performed. According to the findings, problem solving rates of the students with the level of difficulty that progresses hierarchically as desired were found to be quite low in the progression analysis of problems’ difficulty level. Hierarchical progressive problems of the desired level of difficulty were detected mostly at the sixth level. However, most of these problems were related to the progression of the term order. In other words, although they posed similar problems, the gifted students achieved the progress in the level of difficulty as they increase the number of steps in the pattern. In addition, the rate of problems whose difficulty levels could not be compared was low. Based on these results, it can be said that gifted students make targeted efforts to improve the difficulty levels of problems. Results of the studies by Sowell, Zeigler, Bergwall, and Cartwright (1990) and by Dai, Moon, and Feldhusen (1998) support this view. According to Sowell et al. (1990) gifted students think more about complex problem structures. In addition, the performance of gifted students in solving and posing compelling mathematical problems is better than their peers. Dai et al. (1998), on the other hand, stated that gifted students are more goal-oriented compared to their peers, and that they strive for challenging situations.

Limitations and Recommendations

Gifted students have different learning needs compared to their peers. However, research on this issue showed that gifted students get bored while waiting for other students in mathematics classes or forced to help other students in mathematics (Sheffield, 2018; Smedsrud, 2018). Such situations may lead to a decline in their mathematical passions and mathematical skills (Hu, 2019). Therefore, different approaches are required to sustain the interest of these students in mathematics (Gutierrez et al., 2018; Leikin, Koichu, Berman, & Dinur, 2017a). For that reason, problem posing based approaches are recommended to be applied in classroom environment. As discussed in the present study, requesting problem posing tasks in different levels of difficulty may contribute to the creation of challenging environments and development of mathematical creativity skills that gifted students need.

Developing differentiated mathematics curriculum taking the mathematical needs of gifted students into account is one of the remarkable issues in recent years (Hu, 2019; Sheffield, 2018; Smedsrud, 2018). However, efforts to develop a curriculum suitable to gifted students' needs and expectations in Turkey are insufficient (Ozcelik, 2017). The findings of this study show that program development experts should include problem posing activities in gifted students' programs.

Designing high-quality mathematics courses for gifted students is related to both teacher and content (Gutierrez et al., 2018; Leikin et al., 2017a). Since problem posing is both an assessment tool and a useful pedagogical strategy for students, teachers need to know how to integrate problem posing activities into their lessons (Cai & Hwang, 2019; Xu et al., 2019). In addition, in the present study, past experiences of the gifted students are thought to be the main reasons for their failure in posing problems that require generalization or have difficulty level progression at an expected rate. Based on these findings and conclusions, the problem posing skills of mathematics teachers who teach gifted students may be investigated. Measures should be taken to eliminate shortcomings by determining the problem posing competencies of teachers.

Researchers emphasize that there is a need for teachers having profound knowledge and skills to work with gifted students, and thus teachers need to regularly improve themselves (Gutierrz et al., 2018; Subotnik, Robinson, Callahan, & Gubbins, 2012). Based on this view, in-service trainings on topics such as problem posing approaches, the role of problem posing in identifying gifted students, and the relationship of problem posing with creativity should be offered for mathematics teacher working with gifted students. In-service trainings should not be only theoretical but also practical since teachers will be able to provide their students with an environment suitable to develop such skills if they gain different kinds of problem posing experience (Cai & Hwang, 2019).

Gifted students were asked to pose only one type of problems (semi-structured problem posing task) in this study. This can be considered as the limitation of the study. Therefore, different kinds of problem posing tasks may be designed in future studies. The achievement of gifted students in different kinds of problem posing tasks may also be compared. In order to gain a deeper information, the methods and ways of thinking of gifted students in the problem posing process may be examined by using methods such as clinical interview.

An overall analysis of the results of this study shows that gifted students posed problems in limited structures. Therefore, the effects of problem posing activities on cognitive enhancement of gifted students can be investigated in future studies. Singer and Voica's (2015) study may serve as the basis for this suggestion. Singer and Voica stated in their studies that problem posing improves the cognitive frameworks of mathematically gifted students.

Students' attitudes towards problem posing can also be effective on their problem posing performance (Kılıc, 2019). Studies showing that affective factors such as motivation, attitude are effective in the mathematics performance of gifted students exist in the literature (Erdogan & Yemenli, 2019; Hu, 2019; Smedsrud, 2018). Thus, affective factors may also play a role in gifted students' problem posing performance. For this reason, studies related to motivation, attitudes and self-concepts of gifted students may be carried out. Besides, considering that being mathematically gifted, problem posing and mathematical creativity are interrelated concepts (Sheffield, 2018), problems posed by students can be examined on the basis of mathematical creativity.

Research in the field of mathematical giftedness is increasingly growing (Sheffield, 2018). However, studies addressing both mathematics education and gifted education are quite limited in Turkey (e.g., Arikan & Unal, 2015; Erdogan & Erben, 2018). While the concept of "mathematically promising student" has been developed for being gifted and technology has been as a tool for developing problem posing skills of gifted students in the world (Sheffield, 2018), Turkey should not fail to keep up with this development. The potential of gifted students should be determined and applications should be developed in order to improve their potential. Therefore, carrying out studies on mathematics education and being giftedness, including problem posing, are strongly recommended.

Acknowledge

An earlier version of this paper was presented at International Congress on Gifted and Talented Education at Inonu University, Malatya-Turkey (November 1-3, 2019).

Turkish Version

Giriş

Dünyada son yıllarda, özel yeteneklilik kavramı ve özel yetenekli öğrencilerin akademik ihtiyaçlarının karşılanması dikkat çekici konulardan biridir (Smedsrud, 2018). Özel yeteneklilik, en az bir alanda sistematik olarak gelişmiş sıra dışı yetkinlik olarak ifade edilmektedir (Nolte, 2018). Özel yetenekliliği açıklamak amacıyla bazı modeller geliştirilmiş ve özel yeteneklilik farklı araştırmacıların perspektifinden açıklanmaya çalışılmıştır. Ortaya konulan modellerde kabul edilmiş ortak bir tanım olmamakla birlikte, modellerin özel yetenekliliği açıklamada birleştiği nokta yaratıcılık kavramıdır (Gagné, 2003; Renzulli, 2012). Bu bağlamda, özel yeteneklilik eğitiminin temel amaçlarından biri, bu öğrencilerin topluma yaratıcı ve üretken bireyler olarak katkıda bulunmalarını sağlamaktır (Davis & Rimm, 2004; Singer, Sheffield, & Leikin, 2017a).

Genel özel yetenekliliğin yanı sıra alana özgü bir kavram olan matematiksel özel yeteneklilik, son yirmi yılda araştırmacıların üzerinde önemle durduğu konulardan bir diğeridir. Çünkü, dünya çapında gelişen teknolojiye bağlılığın giderek artması, matematik, fen ve teknoloji alanında yaratıcı ve yetenekli öğrencilerin yetiştirilmesini önemli kılmaktadır (Sheffield, 2018). Ancak, matematiksel özel yeteneklilikle ilgili alan yazında ortak ve net bir tanım bulunmamaktadır. Matematiksel yetenekle ilgili çalışmaları kabul görmüş araştırmacılardan biri olan Krutetskii'ye (1976) göre matematiksel özel yeteneklilik; matematiksel bir görevde başarılı bir performans ya da bir konudaki üstün yaratıcılık olarak kendini gösteren, matematiksel kabiliyetlerin birleşimidir. Goldberg (2008) matematiksel özel yetenekli öğrencileri matematiğin estetik değerinin ve kullanışlılığının farkında olan, öğrenciler olarak ifade etmektedir. Bu öğrenciler okuldaki sınırlı matematik deneyimlerden ziyade matematik derslerinin daha zorlayıcı problemler ve görevler içermesini beklerler. Ayrıca, matematiksel özel yetenekli öğrenciler üst düzeyde tümevarımsal düşünme, mantıksal muhakeme ve içsel motivasyon sergilerler (Leikin, Leikin, Paz-Baruch, Waisman, & Lev, 2017b; Miller, 1990; Smedsrud, 2018).

Matematiksel özel yeteneklilik alanında yapılan çalışmaların odak noktası, matematiksel özel yetenekliliği tanımlamadan başlayarak, özel yetenekli bireyin düşünce yapısının keşfine doğru değişmiştir (Yazgan-Sağ, 2019). Bu bağlamda ilgili alan yazın incelendiğinde, matematiksel özel yetenekli bireylerde bazı karakteristik özelliklerin ön plana çıktığı belirlenmiştir (Freiman, 2018; Gutierrez, Benedicto, Jaime, & Arbona, 2018; Johnson, 2000; Krutetskii, 1976; Leikin et al., 2017b; Miller, 1990; Poulos & Mamona-Downs, 2018; Sheffield, 2018; Sriraman, 2005, Wagner & Zimmerman, 1986; Young & Worrell, 2018). Bu özellikler şöyle sıralanabilir:

- Matematiksel bilgiye normların dışında merak ve matematikle uğraşma isteği
- Matematiksel yapıları, ilişkileri ve örüntüleri; genelleme, soyutlama ve fark etme
- Matematiksel fikirleri veya problemin yapısını kavrama ve çözmede pratik olma
- Problemi alışılagelmiş prototiplerden farklı stratejilerle çözme
- Matematiksel yaratıcılık
- Matematiksel düşünmede ve problem çözmede esnek olma
- Verileri işleme ve organize etme
- Bir yapının doğruluğunu veya yanlışlığını test edebilme
- Mantıksal düşünme ve çıkarım yapma
- Matematiksel bilgiyi yeni bir duruma transfer edebilme ve problem kurma.

Araştırmacıların (Freiman, 2018; Gutierrez et al., 2018; Johnson, 2000; Krutetskii, 1976; Miller, 1990; Poulos & Mamona-Downs, 2018; Sheffield, 2018; Sriraman, 2005, Wagner & Zimmerman, 1986) üzerinde durduğu problem kurma becerisi matematiksel özel yetenekli öğrencileri betimleyen karakteristik özelliklerden biridir ve bu çalışmanın bağlamını oluşturmaktadır. Dolayısıyla mevcut çalışmada problem kurma alan yazınına yer verilecektir.

Matematiksel Problem Kurma Ve Öğrenciler Açısından Önemi

Geçtiğimiz yirmi yılda problem kurma, matematik eğitimi araştırmalarında son derece önemli bir düşünsel aktivite olarak ele alınmaktadır (Cai et al., 2019). Problem kurma verilen bir durum, matematiksel ifade veya diyagramlarla ilgili yeni problem oluşturma olarak tanımlanabilir (Cai et al., 2019; Stoyanova & Ellerton, 1996). Problem kurma öğrencilerin matematiksel gelişimi ve öğrencilere daha çok öğrenme fırsatları yaratmak için etkili bir strateji olarak görülmektedir. Bununla birlikte, problem kurma, öğrencilerin matematiksel yapı ve kavramları anlamaları hakkında bilgi sağlayan bir değerlendirme aracı olarak ele alınmaktadır (Cai & Hwang, 2019; Cai et al., 2019; English, 2019; Xu, Cai, Liu, & Hwang, 2019).

Problem çözmenin önemi uzun yıllardır matematik programlarında göz önüne alınırken, problem kurma eğitim sistemlerinde son yıllarda yer edinmeye başlamıştır (Altun, 2015; Cai & Hwang, 2019; Xu et al., 2019). Bu konuda, Amerikan Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) öğrencilerin düşünme, muhakeme ve problem çözme süreçlerine vurgu yaparken, öğrencilerden matematiğin içinde ve dışında, çeşitli durumlara dayanan ilgi çekici problemler kurmalarını istemektedir. Türkiye bağlamında ise, eğitim sisteminin 2005 yılından itibaren yapılandırmacı anlayışla revize edilmesiyle birlikte matematik programlarında problem kurma becerisine yer verildiği dikkat çekmektedir. En son güncellenen ortaokul öğretim programında ise problem kurmaya açıklayıcı biçimde yer verilmese de, problem kurma bazı kazanımlarda alt bileşen olarak yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Matematik eğitimi alan yazını incelendiğinde, problem kurmanın öğrenciler açısından birçok yararı olduğu görülmektedir. Bu bağlamda, yapılan araştırmaların büyük kısmı problem kurmanın bilişsel beceriler üzerindeki etkilerine odaklanmıştır. Buna göre, problem kurma öğrencilerin matematiksel anlamalarını geliştirir (Cai et al., 2013; 2019; Cantürk-Günhan, Geçici, & Günkaya, 2019; English, 2019; Kılıç, 2019; Leikin, 2015; Leikin et al., 2017a; Silver & Cai, 1996). Problem kurma sürecinde öğrencilerin matematiksel kavramlar ve durumlarla ilgili varsa hata ve yanılgıları ortaya çıkar, böylece öğretmenler gerekli önlemleri alabilir (Cai & Hwang, 2019; English, 2019; Korkmaz & Gür, 2006). Bir takım çalışmalarda ise, problem kurmanın tutum, motivasyon gibi duyuşsal çıktılar üzerindeki olumlu etkileri olduğu belirtilmektedir (Güzel & Biber, 2019; Turhan & Güven, 2014).

Diğer bir grup çalışmada ise, problem kurma görevlerinin düşünme becerileri üzerindeki pozitif etkileri açıklanmıştır. Buna göre, problem kurma görevlerinin öğrencilerin eleştirel, esnek ve yaratıcı düşünme yeteneklerini geliştirdiği saptanmıştır (Chen & Cai, 2019; Singer, Ellerton, & Cai, 2015; Singer, Sheffield, Freiman, & Brandl, 2016; Singer, Voica, & Pelczer, 2017b). Tüm bu çalışmalar matematik eğitiminde problem kurmanın önemli bir yeri olduğunu göstermektedir.

Matematiksel Problem Kurma Ve Özel Yeteneklilik

Problem kurma becerisine, birçok çalışmada matematiksel özel yetenekli öğrencilerin karakteristikleri arasında yer verilmiştir (Espinoza, Lupiáñez, & Segovia, 2016; Freiman, 2018; Gutierrez et al., 2018; Johnson, 2000; Sheffield, 2018; Singer et al., 2016; Sriraman, 2005). Bu konuda, Freiman (2018) matematiksel özel yetenekli öğrencilerin orijinal, değerli ve kapsamlı fikirler ürettiklerini belirtmiştir. Bu tür becerilerin aynı zamanda problem kurma becerisiyle ilişkili olduğu vurgulanmıştır. Matematiksel özel yetenekli öğrenciler sadece problem çözmeyi değil aynı zamanda bir durumu farklı şekilde ifade etmeyi ve problem kurmayı öğrenmelidir. Bu problemler, otantik, uğraştırıcı ve çözümü bulmak için çaba gerektiren türde olmalıdır (Singer et al., 2016).

Problem kurma, matematiksel özel yeteneklilik alan yazınında önemli bir kavram olan yaratıcılıkla ilişkilendirilmekte ve yaratıcılığın bir göstergesi olarak ele alınmaktadır (Johnson, 2000; Sheffield, 2018).Yaratıcılık problem kurmayla yakından ilişkilidir çünkü yaratıcılık sürecinde çoklu fikirler üretilir (Silver, 1997; Yuan & Sriraman, 2011). Ayrıca, alan yazında problem kurmanın yaratıcı yeteneklerden biri olduğu belirtilmektedir (Davis & Rimm, 2004). Liljedahl ve Sriraman (2006) ise matematiksel yaratıcılığı, daha önce bilinen bir probleme farklı bakış açısıyla yaklaşarak yeni soruları oluşturma olarak tanımlamaktadır.

Matematiksel özel yeteneklilik alan yazınında değinilmesi gereken bir diğer önemli kavram ise *matematiksel gelecek vaat etme*'dir. 1980'lerde NCTM en çok ihmal edilen öğrencilerin matematiksel özel yetenekli öğrenciler olduğunu belirtmiştir (Sheffield, 2018). 1990'lı yıllarda ise NCTM tarafından *matematiksel gelecek vaat etme* kavramının ortaya atılması dikkat çekicidir. Leikin (2009), matematiksel gelecek vaat etme kavramının NCTM'nin eşitlik prensibini dikkate alarak matematiksel özel yetenekli kavramına karşılık olarak geliştirildiğini ifade etmiştir. Matematiksel gelecek vaat etme kavramı matematiksel yeteneğin deneyimlere bağlı olarak geliştirilebileceğine işaret etmektedir (NCTM, 2016; Sheffield, 2018). Bu bağlamda, yapılan çalışmalar problem kurmanın, matematiksel gelecek vaat eden öğrencilerin yeteneklerini geliştirmeleri için fırsatlar sunduğunu göstermektedir (Sheffield, 2003; Singer, Ellerton, & Cai, 2013).

Güncel matematiksel özel yeteneklilik modelleri incelendiğinde, problem kurmanın modellerin bir öğesi olarak ele alındığı görülmektedir. Örneğin, Leikin, Koichu ve Berman (2009) tarafından matematiksel özel yeteneklilik ve yaratıcılığın karakterize edilmesini amaçlayan bir proje kapsamında bir model sunulmuştur. Modelde, matematiksel özel yetenek kavramı, problem kurma davranışıyla ilişkilendirilmiştir. Ayrıca, Assmus ve Fritzlar (2018) matematiksel özel yeteneklilik ve yaratıcılığı ilişkilendirdiği modelinin döngüsel süreçlerinde problem çözme ve kurmanın yer aldığını belirtmektedir.

Özel yeteneklilik ve matematik eğitimi alan yazını incelendiğinde problem kurma bağlamında yapılan çalışmalar üç grupta ele alınabilir. İlk grupta yer alan çalışmalarda, öğrencilerin problem kurma becerileri ve matematiksel düşünme biçimleri incelenmiştir (Arıkan & Ünal, 2015; Erdoğan & Erben, 2018; Espinoza et al., 2013; 2016; Keşan, Kaya, & Güvercin, 2010; Levenberg & Shaham, 2014). Espinoza vd. (2013) çalışmalarında matematiksel özel yetenekli öğrencilerin aritmetik problemi kurma görevlerindeki cevaplarını analiz etmişlerdir. Çalışmada, öğrencilerin farklı anlamsal yapıda ve farklı hesaplama süreçleri içeren problemler kurduğu belirlenmiştir. Espinoza vd.'nin (2013) çalışmalarına benzer sonuçlar elde eden Erdoğan ve Erben (2018) özel yetenekli öğrencilerin dört işleme yönelik, farklı anlamsal yapılara sahip problemler kurduklarını tespit etmişlerdir. Keşan vd. (2010) çalışmalarında özel yetenekli öğrencilerin problem kurma yaklaşımıyla öğrenim görmeleri sonucunda analiz, sentez gibi matematiksel yeteneklerinin geliştiğini ifade etmişlerdir. Levenberg ve Shaham (2014) özel yetenekli öğrencilerin geometri terimlerine yönelik problem kurma becerilerinin düşük seviyede olduğunu ortaya koymuşlardır. Bazı çalışmalarda ise özel yetenekli ve özel yetenekli olarak tanılanmamış öğrencilerin problem kurma becerileri karşılaştırılmıştır (Arıkan & Ünal, 2015; Espinoza et al., 2016). Bu çalışmalarda özel yetenekli öğrencilerin problem kurma başarılarının daha yüksek olduğu, daha çözülebilir ve anlamsal açıdan zengin problemler kurdukları görülmüştür.

İkinci grupta yer alan çalışmalarda, problem kurma yaratıcılıkla ilişkilendirilmektedir. Çalışma sonuçları problem kurma aktivitelerinin, matematiksel özel yetenekli öğrencilerin yaratıcılık becerilerini geliştirdiğini ortaya koymaktadır (Singer & Voica, 2015; Singer et al., 2016; Voica & Singer, 2013). Voica ve Singer (2013) problem kurmanın, yaratıcılığı teşvik etmede problem çözmeye göre daha etkili olduğunu saptamıştır.

Son gruptaki çalışmalarda ise problem kurma özel yetenekli öğrencilerin tanılanması sürecinde araç olarak kullanılmıştır (Keşan et al., 2010; Singer & Voica, 2015; Voica & Singer, 2014). Voica ve Singer (2014) çalışmaları sonucunda problem kurma bağlamında matematiksel özel yetenekliliğin göstergesi olarak üç karakteristik özellikten bahsetmektedir: kavramları derinlemesine anlama, muhakemeyi genelleştirme becerisi, yeni problemler tasarlamak için içeriği şekillendirme ve farklı bir açıdan bakma kapasitesi. Tüm bu çalışmalara dayalı olarak, problem kurmanın matematiksel özel yetenekli öğrenciler açısından önemli bir beceri olduğu söylenebilir.

Çalışmanın Önemi ve Amacı

Uluslarası alan yazın incelendiğinde özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerilerini farklı boyutlarda analiz eden bir çok çalışma yapıldığı görülmektedir (Espinoza et al., 2013; 2016; Keşan et al., 2010; Levenberg & Shaham, 2014; Singer & Voica 2015; Singer et al., 2016; Voica & Singer, 2013, 2014). Ancak, Türkiye'de özel yetenekli öğrencilerin problem kurma süreçlerine odaklanan çalışma sayısının oldukça az olduğu görülmüştür (Arıkan & Ünal, 2015; Erdoğan & Erben, 2018). Alan yazındaki eksiklikler ve matematiksel özel yeteneklilik unsurları içinde problem kurma becerisine yapılan vurgu göz önüne alınarak, bu çalışmada özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerisine odaklanılmıştır. Dolayısıyla, bu çalışmanın özel yeteneklilik ve matematik eğitimi alanındaki önemli bir boşluğu dolduracağı açıktır.

Özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerilerini inceleyen daha önceki çalışmalarda (Arıkan & Ünal, 2015; Erdoğan & Erben, 2018; Espinoza et al., 2013; 2016; Keşan et al., 2010; Levenberg & Shaham, 2014) sadece bir sınıf seviyesine odaklanılmıştır. Hem ulusal hem uluslararası alan yazında farklı sınıf seviyesindeki özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerilerini inceleyen bir çalışmaya rastlanamamıştır. Bu çalışmada ise, sınıf seviyelerine göre özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerilerindeki farklılıklar ortaya konulmaktadır. Mevcut çalışma, daha önce yapılan çalışmalardan bu yönüyle farklılaşmaktadır.

Leikin (2011) özel yetenekli ve matematik eğitimi alan yazınının birbirleri içinde çok az temsil edildiğini ifade etmektedir. Araştırmacı ayrıca, matematiksel özel yeteneklilik alanında yapılan çalışmalarda öğrencilerin matematiği öğrenme ve matematiksel düşünme süreçlerinin yeterince ele alınmadığını belirtmektedir. Özel yetenekli öğrencilerin problem kurma süreçleri hakkında yapılan çalışma sayısı sınırlıdır ve yeterli bilgi mevcut değildir. Bu çalışmada, özel yetenekli öğrencilerin kurdukları problemlerin niteliği çeşitli açılardan incelenmekte ve eksiklikler belirlenmektedir. Dolayısıyla, çalışma bulgularının özel yetenekli öğrencilerle çalışma yapacak araştırmacılara yol gösterici bilgiler sunması beklenmektedir. Ayrıca, mevcut çalışma özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerileriyle ilgili bilgi birikimine katkı sağlaması yönünden önemlidir.

Öğretmenlerin birden çok çözümü olan açık uçlu görevlerin yanıtlarını analiz etmesi, onlara öğrencilerinin ne bildiği hakkında dönüt sağlar. Böylece, öğretmenler daha iyi problem çözme ve kurma görevleri tasarlayabilir (Cai, 2003; English, 2019; Xu et al., 2019; Sheffield, 2018). Dolayısıyla, bu çalışmadan elde edilen verilerin öğretmenlere özel yetenekli öğrenciler hakkında bilgi sağlayacağı ve problem kurma görevleri planlama konusunda yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Özel yetenekli öğrencilere yeteneklerini geliştirebilecekleri fırsatlar verilmezse bu öğrencilerin yeteneklerinde gerileme gözlenmektedir (Hu, 2019). Bu nedenle, Amerika Birleşik Devleri, Almanya, Hollanda, İngiltere, Yeni Zelanda, Rusya gibi ülkelerde özel yetenekli öğrencilerin eğitimi için bu öğrencilerin ilgi ve ihtiyaçlarını göz önüne alan farklılaştırılmış eğitim programları geliştirilmektedir (NCTM, 2016; Smedsrud, 2018; Van Tassel-Baska & Stambaugh, 2006). Farklılaştırılmış matematik öğretim programlarında problem kurma aktivitelerinin yer alması önerilmektedir. Bu şekilde geliştirilen programlar özel yetenekli öğrencilerin derinlemesine düşünme ve yaratıcılıklarını destekleyebilir (NCTM, 2016). Ancak, Türkiye'de özel yetenekli öğrencilere verilecek eğitimin niteliğine ve eğitim programlarına ilişkin yapılan çalışmaların oldukça yetersiz olduğu söylenebilir (Özçelik, 2017). Mevcut çalışma bulguları, program geliştirme uzmanlarına problem kurma görevlerini tasarlama sürecinde öngörü sunabilir. Belirtilen tüm gerekçeler doğrultusunda, bu çalışmada özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Özel yetenekli öğrencilerin sınıf seviyesine göre kolay, orta ve zor problem kurma becerileri nasıldır?
2. Özel yetenekli öğrencilerin kurdukları problemlerde zorluk düzeyi ilerlemesi nasıldır?

Yöntem

Araştırma Modeli

Bu çalışmada özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma becerilerini incelemek amacıyla nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması, sınırlı bir sistemin derinlemesine betimlenmesini ve incelenmesini gerektirir (Merriam, 1998). Durum çalışmasında yer alan durumlar, kişiler, öğretim programları, gruplar (topluluklar), davranışlar, olaylar incelenir (Yin, 2017). Bu çalışmanın katılımcılarını oluşturan özel yetenekli öğrenciler analiz birimi olarak ele alınmıştır. Ayrıca, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma becerileri incelenen durumu oluşturmaktadır.

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını Türkiye'nin Doğu Anadolu Bölgesi'ndeki bir ilde bulunan Bilim ve Sanat Merkezi'nde öğrenim görmekte olan ve özel yetenekli olarak tanılanan 55 ortaokul (20 altıncı sınıf, 17 yedinci sınıf, 18 sekizinci sınıf) öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcılar, uygun örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Uygun örnekleme yönteminde, katılımcılar maliyet ve ulaşılabilirlik açısından uygun olduklarından dolayı seçilir (Muijs, 2004). Çalışmanın yürütülmesi daha kolay olduğundan dolayı, katılımcılar uygun örnekleme yoluyla belirlenmiştir. Farklı sınıf seviyelerinden öğrenci seçilmesinin sebebi matematiksel problem kurma becerisinin sınıf seviyelerine göre değişimini incelemektir.

Çalışmada yer alan öğrencilerin 23'ü kız (%41.82), 32'si erkektir (%58.18). Çalışmaya katılan öğrencilerin yaş aralığı 10-14'tür. Öğrencilerin 26'sı (%47.27) devlet okuluna, 29'u (%52.73) ise özel okula devam etmektedir. Öğrencilerin tamamı bulundukları ilin Bilim ve Sanat Merkezi'nde bireysel yetenekleri fark ettirme programı kapsamında eğitim almaktadır. Öğrencilerin çalışmaya gönüllü katılımları esas alınmıştır. Çalışmanın bulgular kısmında daha kısa ve akıcı olması sebebiyle özel yetenekli öğrenciler yerine "*öğrenciler*" ifadesi kullanılmıştır.

Veri Toplama Araçları

Çalışmanın veri toplama aracı, yarı-yapılandırılmış bir problem kurma görevinden oluşan problem kurma formudur (Ek 1). Yarı-yapılandırılmış problem kurma görevinde öğrencilere açık-uçlu bir durum sunulur. Öğrenciler bu durumdan yola çıkarak, önceki matematiksel bilgi ve deneyimlerini uygulayarak yeni bir problem kurar (Stoyanova & Ellerton, 1996). Problem kurma formunda yer alan görev daha önce Cai'nin (2003) çalışmasında kullanılmıştır. Görevin bu çalışmada kullanılmasına dair Dr. Cai'den gerekli izin alınmıştır. Problem kurma görevinde öğrencilerden, verilen üç farklı şekil ile ilgili basit, orta ve zor düzeyde üç farklı problem kurmaları istenmiştir. Problem kurma görevi matematik eğitimi alanında uzman üç öğretim üyesinin ve dört matematik öğretmeninin (2 öğretmen ortaokulda, 2 öğretmen Bilim ve Sanat Merkezi'nde görev yapmaktadır) görüşüne sunulmuştur. Uzmanlar, görevi dil ve öğrenci seviyesi açısından uygun bulmuşlardır. Dolayısıyla, uzmanlardan göreve yönelik herhangi bir düzenleme önerisi gelmemiştir. Ortaokul matematik dersi öğretim programının (MEB, 2018) incelenmesi, uzmanların ve öğretmenlerin görüşlerinin alınması sonucunda veri toplama aracının öğrencilerin seviyesine uygun olduğu belirlenmiştir. Son olarak, çalışma katılımcısı olmayan altıncı, yedinci ve sekizinci (her sınıf seviyesinden 4 öğrenci) sınıf seviyesindeki özel yetenekli öğrencilerle pilot çalışma yapılmıştır. Problem kurma görevinin uygulanabilirliği incelenmiştir. Pilot çalışma sonucunda görevde herhangi bir eksiklik tespit edilmemiştir. Pilot çalışma sonunda görevin doğru anlaşıldığı görülmüştür.

Verilerin Toplanması Ve Analizi

Problem kurma görevini içeren form her sınıf seviyesindeki öğrencilere matematik öğretmenleri tarafından uygulanmıştır. Problem kurma görevi sürecinde öğrencilere süre sınırı konulmamıştır. Ancak öğrencilerin ortalama 30 dakikada problem kurma görevlerini tamamladıkları görülmüştür. Özel yetenekli öğrencilerin problem kurma görevine verdikleri yanıtlar betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Buna göre, problemler Cai'nin (2003) çalışmasında ortaya konulan çerçeve esas alınarak analiz edilmiştir. Cai'den (2003) uyarlanan çerçeve Tablo 1'de verilmiştir. Problemler içerik ve güçlük düzeylerine göre sınıflandırılmıştır.

Öncelikle, kurulan problemler içeriklerine göre matematiksel problemler ve matematiksel olmayan problemler olarak iki kategoride ele alınmıştır. Matematiksel işlemlerle çözüme ulaşılamayan cevaplar matematiksel olmayan problemlerdir (Leung, 2013). Her matematiksel problem ise dar kapsamlı ve geniş kapsamlı olarak iki şekilde sınıflandırılmıştır.

Geniş kapsamlı problem verilen üç şeklin ötesinde daha ileri basamaklarla ilgili kurulan problemi ifade etmektedir. Dar kapsamlı problem ise verilen üç şekle yönelik kurulan probleme işaret etmektedir. Hem geniş hem dar kapsamlı problemler "bir şekildeki noktaları kapsayan, birden çok şekildeki noktaları kapsayan, şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan" şeklinde kodlanmıştır.

Geniş kapsamlı problemlerin analizinde bu kodlara ek olarak "şekil çizmeyi gerektiren", "kural tabanlı genel problem (belirsiz ve özel bir yolla cevaplanamayan)" ve "kural tabanlı özel problem (soruyu çözmeye yarayan ayrıntıları içeren)" olarak üç kod daha eklenmiştir. Problem kurma görevine yönelik kategoriler, kodlar ve öğrenci cevaplarından örnekler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1.
Problem Kurma Görevinin Analizine Yönelik Kategoriler, Kodlar ve Örnek Cevaplar.

Kategori	Kod	Örnek
Geniş kapsamlı	Bir şekildeki noktaları kapsayan	4. şekilde kaç tane siyah daire vardır?#Ö6-8
	Birden çok şekildeki noktaları kapsayan	Yukarıdaki örüntünün 1'den 10. adıma kadarki bütün beyaz noktalarının toplamı kaçtır? #Ö6-12
	Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan	Yukarıdaki örüntüde daireler kaçar kaçar artmaktadır? #Ö8-4
	Şekil çizmeyi gerektiren	Yukarıda verilen örüntüye göre 12. adım nasıl olur? Çiziniz. #Ö7-12
	Kural tabanlı genel	Yukarıdaki örüntünün kuralı nedir? #Ö7-4
	Kural tabanlı özel	Yukarıda gösterilen örüntüde içi dolu yuvarlakların artışını gösteren kural nedir? #Ö8-16
Dar kapsamlı	Bir şekildeki noktaları kapsayan	Üçüncü şekilde kaçın kaçıncı kuvveti boyanmıştır? #Ö6-14
	Birden çok şekildeki noktaları kapsayan	Birinci şekil ile ikinci şekildeki siyah yerlerin çarpımı ile üçüncü şekildeki beyaz yerlerin toplamı kaçtır? #Ö6-5
	Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan	Birinci şekildeki beyaz yuvarlaklar ikinci şekilde ve üçüncü şekilde kaçar kaçar artıp gitmiştir? #Ö7-13
Matematiksel olmayan		Örüntüdeki siyah noktalar kaçıncı şekilde beyaz noktalardan daha fazla olur? #Ö7-9

Zorluk düzeyi analizi için, öğrencilerin kurduğu problemler zorluk düzeylerine göre kolay (P1), orta (P2) ve zor (P3) problem olarak kodlanmıştır. Problemlerin zorluk düzeyindeki ilerleme analizine en az iki "exponent of the number" matematiksel problem kuran öğrenciler dahil edilmiştir. Buna göre, yedinci sınıflardan bir, sekizinci sınıflardan iki öğrencinin formu değerlendirilmemiştir (n=52). Problemlerin zorluk düzeylerinin analizleri aşağıdaki ölçütlere göre belirlenmiştir (Cai, 2003):

- Geniş kapsamlı bir problem dar kapsamlı bir problemden daha zordur.
- Geniş kapsamlı problemler içinde, kural tabanlı özel bir problem diğer problemlerden daha zordur.
- Şekillerdeki nokta sayısını kıyaslamayı içeren bir problem, şekillerin birindeki nokta sayılarını içeren bir problemden daha zordur.

- Şekillerdeki nokta sayılarını birleştirmeyi içeren bir problem, şekillerin birindeki nokta sayılarını soran bir problemden daha zordur.
- Şekil çizmeyi gerektiren bir problem, şekildeki nokta sayısını bulmayı içeren bir problemden daha zordur.
- Örüntüdeki sonraki şekilleri içeren bir problem önceki şekilleri içeren bir problemden daha zordur.

Problem kurma görevine yönelik zorluk düzeyi analizleri ve öğrenci cevaplarından örnekler Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2.
Problem Kurma Görevinin Zorluk Düzeyi Analizleri ve Örnek Cevaplar.

Zorluk düzeyi kategorisi	**Örnek**
P1 <P2< P3	Kolay problem: Yukarıdaki örüntünün kuralına göre 5. şekilde kaç tane siyah daire, kaç tane beyaz daire vardır? Orta problem: Yukarıdaki örüntüdeki 21. şekilde siyah ve beyaz dairelerin farkı ile toplamının farkı kaçtır? Zor problem: Yukarıdaki örüntünün kuralına göre 34. şekildeki siyah ve beyaz dairelerin toplamı ve farkının toplamı nedir? #Ö6-4
P1 <P3 ve P2 <P3 veya P1< P2 ve P1 <P3	Kolay problem: Bu örüntünün 5. şeklinde kaç tane beyaz olur? Orta problem: Bu örüntünün 10. şekline kadar olan Dairelerin siyahın beyaza oranı kaçtır Zor problem: 100. şekilde kaç tane siyah olur #Ö7-17
Aşağıdakilerden en az biri bulunan: P1 >P2, P2 >P3, P1> P3	Kolay problem: Örüntünün 97. adımında kaç beyaz, kaç siyah daire olur? Orta problem: Örüntüdeki renkli dairelerin renkleri tam tersi değiştirilmiş olsaydı oluşan yeni şeklin 14. adımındaki siyah daire sayısı nasıl değişirdi? Zor problem: Örüntüde her bir siyah daire, yanındaki herhangi bir beyaz daireyide siyah yaparsa 11. adımda kaç beyaz daire kalır? #Ö8-8

Çalışmanın güvenirliğini belirlemek amacıyla kodlayıcılar arası uyumdan yararlanılmıştır. Buna göre, öğrencilerin kurduğu problemler (toplam 165 cevap) iki araştırmacı tarafından kuramsal çerçeve doğrultusunda bağımsız olarak kodlanmıştır. Kodlayıcılar arası uyum %87.88 (145/165) olarak hesaplanmıştır. Benzer şekilde, öğrencilerin kurduğu problemler zorluk düzeylerine göre (52 form) iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanmıştır. Kodlayıcılar arası uyum %90.38'dir (47/52). Miles, Huberman ve Saldana'ya (2014) göre güvenirlik için kodlayıcılar arası uyumun en az %80.00 düzeyinde olması beklenmektedir. Mevcut çalışmada kodlayıcılar arası uyum yüzdesi güvenirlik açısından yeterli görülse de araştırmacılar uyuşmayan kodlar üzerinde ortak bir görüşe ulaşana dek tartışmışlardır. Örneğin, *"Siyah ve beyaz boncukların ilişkisine göre 4. ve 5. şekil nasıldır? Çiziniz. #Ö7-13"* problemi tartışılan problemlerden biridir. Bu problemin "geniş kapsamlı" problem kategorisinde yer aldığıyla ilgili görüş birliği vardır. Ancak, problemin "birden çok şekildeki noktaları kapsayan" türünde mi yoksa "şekil çizmeyi gerektiren" türünde mi olduğuyla ilgili tartışılmıştır. Problemde, birden çok şekildeki noktaların ilişkisine yönelik bir sorgulama olmadığına karar verilmiştir. Ayrıca, problemde şekil çizme vurgulanmıştır. Sonuç olarak, bu problem "şekil çizmeyi gerektiren" şeklinde kodlanmıştır. Bulgular kısmında, öğrencilerin kurdukları problemlerden örnekler sunulmuştur. Ancak, öğrencilerin gerçek isimleri yerine Ö7-15 (yedinci sınıf seviyesinde 15. öğrenci) gibi kodlar kullanılmıştır.

Bulgular

Öğrencilerin Sınıf Seviyesine Göre Kolay, Orta Ve Zor Problem Kurma Analizine İlişkin Bulgular

Bu kısımda, öğrencilerin kurdukları problemlerin analizine ilişkin bulgular sunulmaktadır. Öncelikle, öğrencilerin kurdukları matematiksel ve matematiksel olmayan problemlerin frekans yüzde dağılımları Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3.
Matematiksel ve Matematiksel Olmayan Problemlerin Frekans Yüzde Dağılımları.

	Problemlerin frekans yüzdeleri			
Problem	**6. sınıf (60 problem)**	**7. sınıf (51 problem)**	**8. sınıf (54 problem)**	**Toplam (165 problem)**
Matematiksel problem	98.33	82.35	85.19	89.09
Matematiksel olmayan problem	1.67	17.65	14.81	10.91

Tablo 3'e göre, her üç sınıf seviyesindeki tüm öğrencilerin kolay, orta ve zor problem kurma görevlerinin tamamını cevapladığı görülmektedir. Buna göre, toplam 165 cevap elde edilmiştir. Kurulan problemlerin %89.09 ile büyük oranda matematiksel problem olduğu saptanmıştır. Matematiksel olmayan problemlerin oranı ise %10.91 ile oldukça düşüktür. Matematiksel problemlerin en çok görüldüğü sınıf seviyesi %98.33 ile altıncı sınıftır. Bu bulguya dayanarak, altıncı sınıf öğrencilerinin neredeyse tamamının matematiksel problemler kurdukları söylenebilir. Yedinci sınıf öğrencilerinin %82.35'i ve sekizinci sınıf öğrencilerinin %85.19'u matematiksel problemler kurmuştur. Her iki sınıf seviyesindeki oranın oldukça yakın olduğu görülmektedir. Matematiksel olmayan problemler ise %17.65 ile en çok yedinci sınıf seviyesinde saptanmıştır. Problemlerin genel analizinin ardından kolay, orta ve zor problemlerin ayrıntılı analizleri sunulmaktadır. Bu bağlamda, kolay problemlere yönelik analizlerin frekans yüzde dağılımları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4'e göre, kolay görevde öğrencilerin %94.55'inin, yani tamamına yakınının matematiksel problemler kurduğu görülmektedir. Öğrencilerin sadece %5.45'i ise matematiksel olmayan problemler kurmuştur. Altıncı ve sekizinci sınıf öğrencilerinin tamamı matematiksel problemler kurmuştur. Matematiksel problemler incelendiğinde, geniş kapsamlı problemlerin (%74.55), dar kapsamlı problemlerin (%20.00) üç katından fazla oranda olduğu tespit edilmiştir. Geniş kapsamlı problemler, birbirine yakın oranlar olmakla birlikte, en çok sekizinci (%83.33) ve altıncı sınıf (%80.00) seviyelerinde görülmektedir.

Geniş kapsamlı problemler analiz edildiğinde, en yüksek oranla öğrencilerin %41.82'sinin "bir şekildeki noktaları kapsayan" türde problemler kurdukları belirlenmiştir. %45.00 ile altıncı sınıf öğrencilerinin yaklaşık yarısı ve %55.56 ile sekizinci sınıf öğrencilerinin yarısından fazlası "bir şekildeki noktaları kapsayan" türünde problemler kurarken, bu oran yedinci sınıf öğrencilerinde %23.53'tür. "Bir şekildeki noktaları kapsayan" problemlere yönelik örnekler aşağıda verilmiştir:

Tablo 4.
Kolay Problemlere Yönelik Analizlerin Frekans Yüzde Dağılımları.

Kolay problem kurma			Frekans yüzdeleri (%) 6. sınıf (n=20)	7. sınıf (n=17)	8. sınıf (n=18)	Toplam (n=55)
Matematiksel problem	Geniş kapsamlı	Bir şekildeki noktaları kapsayan	45.00	23.53	55.56	41.82
		Birden çok şekildeki noktaları kapsayan	5.00	.00	.00	1.81
		Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan	5.00	.00	5.56	3.64
		Şekil çizmeyi gerektiren	15.00	23.53	5.56	14.55
		Kural tabanlı genel	10.00	11.76	5.56	9.09
		Kural tabanlı özel	.00	.00	11.11	3.64
		Toplam	80.00	58.82	83.33	74.55
	Dar kapsamlı	Bir şekildeki noktaları kapsayan	5.00	5.88	.00	3.64
		Birden çok şekildeki noktaları kapsayan	10.00	5.88	16.67	10.91
		Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan	5.00	11.76	.00	5.45
		Toplam	20.00	23.53	16.67	20.00
Matematiksel olmayan problem			.00	17.65	.00	5.45

4. şekilde kaç tane yuvarlak boyanmamıştır? #Ö6-17

Verilen şekillere göre, 6. şekil kaç siyah daireli olur? #Ö7-15

Şekildeki gibi ilerleyen bir örüntüde, 5. şekilde boyalı olan dairelerin, boyasız olan dairelere bölümü kaçtır? #Ö8-1

Geniş kapsamlı problemlerde, öğrencilerin ikinci sırada en çok kurduğu problem türü %14.55 ile "şekil çizmeyi gerektiren" problemlerdir. "Şekil çizmeyi gerektiren" problemler kapsamında yer alan örnek problemler şu şekildedir:

4. şekil nasıl olur? Çiziniz. #Ö6-7

Şekildeki örüntüye göre 6. adım ne olur? Çiz. #Ö7-6

Bir öğrenci kağıda ilk şekli çizip devamını getirmek istiyor. Buna göre 4. şekil ne olur, çiziniz. #Ö8-13

Geniş kapsamlı problemler içinde, "kural tabanlı genel" problemler her üç sınıf seviyesinde oldukça az oranda görülmektedir (altıncı sınıf %10.00, yedinci sınıf %11.76, sekizinci sınıf %5.56). Buradan, öğrencilerin %9.09'unun örüntünün genel kuralına yönelik ancak çözülemeyecek türde problemler kurdukları söylenebilir. "Kural tabanlı genel" problemlere örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yukarıdaki örüntünün kuralı nedir? #Ö6-10

Yukarıdaki örüntünün kuralı ne olabilir? #Ö7-7

Burada örüntü nasıl yürütülüyor? #Ö8-9

"Kural tabanlı özel" yani örüntünün genel kuralına yönelik çözülebilir nitelikte olan problemlerin sadece sekizinci sınıf öğrencilerinin %11.11'i tarafından kurulduğu tespit edilmiştir. "Kural tabanlı özel" problem türüne *"Şekillerde verilen siyah dairelerin artışı nasıl gösterilir? #Ö8-17)"* problemi örnek verilebilir. Öğrencilerin %1.81'i tarafından kurulan "birden çok şekildeki noktaları kapsayan" türündeki problemler en az görülen problem türüdür. Bu problem türü yedinci ve sekizinci sınıflarda görülmezken, altıncı sınıf öğrencilerinin sadece %5.00'i tarafından kurulmuştur. Bu problem türüne *"Yukarıdaki örüntünün 6. adımıyla 4. adımındaki dairelerin toplamı kaçtır? #Ö6-16)"* problemi örnek gösterilebilir.

Dar kapsamlı problemler ele alındığında, en yüksek oranla öğrencilerin %10.91'inin "birden çok şekildeki noktaları kapsayan" türde problemler kurdukları saptanmıştır. "Birden çok şekildeki noktaları kapsayan" problem türüne örnekler aşağıda verilmiştir:

Örüntüdeki birinci ve ikinci şekildeki siyah dairelerin toplamı kaçtır? #Ö6-5

Üç şekilde kenarda tek bir sıra bulunacak şekilde oluşturulan şekillerin boyanmış kısımlarının toplamı kaçtır? #Ö7-8

Birinci ve ikinci şekildeki boyanmış ve boyanmamış şekillerin farkı kaçtır? #Ö8-11

Oranları birbirine oldukça yakın olan "Bir şekildeki noktaları kapsayan"(%3.64) ve "şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan" (%5.45) türündeki problemleri sadece altıncı ve yedinci sınıf öğrencileri kurmuştur. *"İkinci şeklin kaçta kaçı boyanmıştır? #Ö6-14"* problemi "bir şekildeki noktaları kapsayan" türündedir. *"Her üç şekilde bir öncekinden kaç tane fazla yuvarlak vardır? #Ö6-3"* problemi ise "şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan" problem türüne örnek verilebilir. Matematiksel olmayan problemler ise sadece yedinci sınıf öğrencilerinin %17.65'inde görülmektedir. Matematiksel olmayan problem türüne örnek ise şu şekildedir:

Aynur markete gidip bir tane şeker almıştır. Aynur her gün şeker almaya karar vermiştir. İlk başta üç fazla, sonraki günlerde ise üç fazlayı ikişer ikişer arttırmıştır. Aynur beşinci gün kaç şeker almıştır? #Ö7-16

Öğrencilerin kurduğu orta zorlukta problemlere yönelik analizlerin frekans yüzde dağılımları Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5.
Orta Zorlukta Problemlere Yönelik Analizlerin Frekans Yüzde Dağılımları.

			Frekans yüzdeleri (%)			
Orta zorlukta problem kurma			**6. sınıf (n=20)**	**7. sınıf (n=17)**	**8. sınıf (n=18)**	**Toplam (n=55)**
Matematiksel problem	Geniş kapsamlı	Bir şekildeki noktaları kapsayan	60.00	23.53	38.89	41.82
		Birden çok şekildeki noktaları kapsayan	15.00	23.53	11.11	16.36
		Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan	.00	.00	5.56	1.82
		Şekil çizmeyi gerektiren	15.00	11.76	5.56	10.91
		Kural tabanlı genel	.00	11.76	5.56	5.45
		Kural tabanlı özel	.00	.00	.00	.00
		Toplam	90.00	70.59	66.67	76.36
	Dar kapsamlı	Bir şekildeki noktaları kapsayan	5.00	5.88	.00	3.64
		Birden çok şekildeki noktaları kapsayan	5.00	11.76	16.67	10.91
		Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan	.00	.00	.00	.00
		Toplam	10.00	17.64	16.67	14.55
Matematiksel olmayan problem			.00	11.76	16.67	9.09

Tablo 5 göz önüne alındığında, orta zorlukta problem kurma görevinde öğrencilerin %90.91 ile büyük oranda matematiksel problemler kurduğu tespit edilmiştir. Oldukça az bir oranla, öğrencilerin %9.09'unun matematiksel olmayan problemler kurduğu görülmüştür. Matematiksel problemlerin %76.36'sı geniş kapsamlı problemler iken, sadece %14.55'i dar kapsamlıdır. Geniş kapsamlı problemlerin en çok görüldüğü sınıf seviyesi %90.00 ile altıncı sınıftır. Yedinci (%70.59) ve sekizinci (%66.67) sınıflarda kurulan geniş kapsamlı problemlerin oranı birbirine oldukça yakındır.

Geniş kapsamlı problemler incelendiğinde, %41.82'lik bir oranla öğrencilerin yaklaşık yarısının "bir şekildeki noktaları kapsayan" türde problem kurdukları görülmüştür (altıncı sınıf %60.00, yedinci sınıf %23.53, sekizinci sınıf %38.89). "Bir şekildeki noktaları kapsayan" türde problemlere örnekler aşağıda verilmiştir:

Bu örüntüye göre, altıncı şekildeki boyalı ve boyasız dairelerin aralarındaki fark kaçtır? #Ö6-6

4. adımdaki siyah ve beyaz topların sayısını çarpınız. #Ö7-3

159. şekilde kaç tane içi dolu çember olur? #Ö8-10

İkinci sırada, öğrencilerin %16.36'sı "birden çok şekildeki noktaları kapsayan" türde problemler kurmuştur. "Birden çok şekildeki noktaları kapsayan" problemlere örnekler ise şu şekildedir:

12. şekildeki dolu yuvarlak sayısından, 4. şekildeki dolu yuvarlak sayısını çıkarırsak kaç eder? #Ö6-15

Bu örüntünün onuncu şekline kadar olan dairelerdeki siyah topların beyaz toplara oranı kaçtır? #Ö7-17

8. ve 17. şekildeki siyah nokta sayılarının toplamı kaçtır? #Ö8-2

Öğrencilerin üçüncü sırada en çok kurduğu problem türü %10.91 ile "şekil çizmeyi gerektiren" problemlerdir. *"Örüntünün 6. adımı nedir? Çiz. #Ö6-1"* problemi "şekil çizmeyi gerektiren" problemlere örnek verilebilir.

"Kural tabanlı genel" problemler ise az bir oranla sadece yedinci (%11.76) ve sekizinci (%5.56) sınıflarda saptanmıştır. "Kural tabanlı genel" problemlere *"Verilen örüntünün kuralı nedir? Yazınız. #Ö7-1"* ve *"Yukarıdaki örüntünün kuralı nedir? #Ö8-4"* problemleri örnek verilebilir.

En az görülen problem türü ise %1.82 ile "şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan" problemlerdir. Bu problem türü altıncı ve yedinci sınıflarda görülmezken, sekizinci sınıf öğrencilerinin sadece %5.56'sında belirlenmiştir. Ayrıca, hiçbir sınıf seviyesinde "kural tabanlı özel" türde problem kurulmamıştır. *"Örüntüdeki renkli dairelerin renkleri tam tersi değiştirilmiş olsaydı, oluşan yeni şeklin 14. adımındaki siyah daire sayısı nasıl değişirdi? #Ö8-8"* problemi *"şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan"* problem türüne örnektir.

Dar kapsamlı problemlere bakıldığında, öğrencilerin %10.91'inin "birden çok şekildeki noktaları kapsayan" türde ve oldukça az sayıda problem kurduğu görülmüştür. "Birden çok şekildeki noktaları kapsayan" problemlere örnekler aşağıda verilmiştir:

Örüntüdeki üç şekildeki boyalı daire sayısı toplam kaçtır? #Ö7-10

Birinci ve 2. şeklin boyanmış şekilleriyle üçüncü şeklin boyanmamış şekillerinin farkı kaçtır? #Ö8-11

"Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan" türündeki problemlere hiçbir sınıf seviyesinde rastlanamamıştır. Matematiksel olmayan problemler ise altıncı sınıf öğrencilerinde görülmeyip, %11.76 ile yedinci ve %16.67 ile sekizinci sınıf seviyelerinde saptanmıştır. Matematiksel olmayan problemlere örnekler şu şekildedir:

Mehmet her masa tenisi maçını kazandığında bir miktar pinpon topu alıyor. İlk maçında bir topu olmuştur. İkincide dört, üçüncüde ise dokuz top sahibidir. Yedinci maçın sonunda kaç topu olur? #Ö7-11

Yukarıdaki şekillere göre kaçıncı şekilde siyah nokta sayısı, beyaz nokta sayısının iki katı olacaktır? #Ö8-18

Öğrencilerin kurduğu zor problemlere yönelik analizlerin frekans yüzde dağılımları Tablo 6'da gösterilmiştir. Tablo 6 incelendiğinde, zor problem kurma görevinde öğrencilerin %81.82'sinin matematiksel problemler, %18.18'inin ise matematiksel olmayan problemler kurduğu görülmüştür. Kolay, orta zorlukta ve zor problemler içinde matematiksel olmayan problem oranının en yüksek olduğu durum zor problemlerdir. Matematiksel problemlerin %72.73'ü geniş kapsamlı problemler iken, %9.09 gibi oldukça az bir oranda dar kapsamlı problem kurulduğu saptanmıştır. Geniş kapsamlı problemlerin görülme oranı altıncı sınıflardan sekizinci sınıflara doğru azalmaktadır (altıncı sınıf %80.00, yedinci sınıf %70.59, sekizinci sınıf %66.67).

Geniş kapsamlı problemler analiz edildiğinde öğrencilerin sadece dört farklı türde problem kurdukları görülmektedir. En çok görülen problem türü, öğrencilerin %34.55'inin kurduğu "birden çok şekildeki noktaları kapsayan" problemlerdir. Bu problem türünü %55.00 oranla altıncı sınıf öğrencilerinin yarısından fazlası kurmuştur. "Birden çok şekildeki noktaları kapsayan" problemlere örnekler aşağıda verilmiştir:

7. ve 9. şekildeki dairelerin toplamının yarısının 7 katı kaçtır? #Ö6-17

Yukarıda verilen örüntüye göre, 6. ve 8. adımlardaki siyah noktalarının toplamının, 5. adımdaki siyah nokta sayısına bölümü kaçtır? #Ö7-12

8. adımdaki siyah nokta ve beyaz noktaların farkının karekökü ile 4. Adımdaki siyah ve beyaz noktaların farkının karekökünün toplamı kaçtır? #Ö8-3

Tablo 6.

Zor Problemlere Yönelik Analizlerin Frekans Yüzde Dağılımları.

Zor problem kurma			Frekans yüzdeleri (%) 6. sınıf (n=20)	7. sınıf (n=17)	8. sınıf (n=18)	Toplam (n=55)
Matematiksel problem	Geniş kapsamlı	Bir şekildeki noktaları kapsayan	15.00	41.18	33.33	29.09
		Birden çok şekildeki noktaları kapsayan	55.00	23.53	22.22	34.55
		Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan	.00	.00	.00	.00
		Şekil çizmeyi gerektiren	10.00	5.88	5.56	7.27
		Kural tabanlı genel	.00	.00	5.56	1.82
		Kural tabanlı özel	.00	.00	.00	.00
		Toplam	80.00	70.59	66.67	72.73
	Dar kapsamlı	Bir şekildeki noktaları kapsayan	10.00	.00	.00	3.64
		Birden çok şekildeki noktaları kapsayan	5.00	5.88	5.56	5.45
		Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan	.00	.00	.00	.00
		Toplam	15.00	5.88	5.56	9.09
Matematiksel olmayan problem			5.00	23.53	27.78	18.18

İkinci sırada en çok görülen problem türü %29.09 oranla “bir şekildeki noktaları kapsayan” problemlerdir. Bu problem türü ise yedinci sınıf öğrencilerinin %41.18’i, yani yaklaşık yarısı tarafından kurulmuştur. “Bir şekildeki noktaları kapsayan” problemlere örnekler ise şu şekildedir:

5. şekildeki nokta sayısınca benekli bir tişört bastırılacak olsa, tişörtün arkası ve önünde toplam kaç benek olur? #Ö6-9

Yukarıdaki örüntünün 100. basamağında boyalı olmayan kaç tane çember vardır? #Ö7-14

11. şekilde içi dolu yuvarlaklar, içi boş yuvarlaklardan kaç fazladır? #Ö8-5

“Şekil çizmeyi gerektiren” problem türüne ait oran %7.27 ile oldukça düşüktür. *“Siyah ve beyaz boncukların ilişkisine göre 4. ve 5. şekil nasıldır? Çiziniz. #Ö7-13”* problemi “şekil çizmeyi gerektiren” türündedir. Sadece sekizinci sınıf öğrencilerinin %5.56’sı tarafından yazılan “kural tabanlı genel” problemler ise en az rastlanan problem türüdür. *“Yukarıdaki örüntünün kuralı nedir? #Ö8-12”* problemi, “kural tabanlı genel” problem türüne örnek verilebilir. “Şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan” ve “kural tabanlı özel” türünde problemlere ise hiçbir sınıf seviyesinde rastlanamamıştır.

Dar kapsamlı problemlere gelince, öğrencilerin “birden çok şekildeki noktaları kapsayan” (%5.45) ve “bir şekildeki noktaları kapsayan” (%3.64) olmak üzere sadece iki türe yönelik, oldukça az oranda problem kurdukları tespit edilmiştir. “Bir şekildeki noktaları kapsayan” problemler yedinci ve sekizinci sınıf seviyelerinde görülmezken, altıncı sınıf öğrencilerinin %10.00’unda saptanmıştır. *“Birden çok şekildeki noktaları kapsayan üç şeklin boyalı şekillerini toplayıp, boyanmamış şekillerle çarparsak sonuç kaç olur? #Ö8-11”* problemi “bir şekildeki noktaları kapsayan” problemlere örnektir.

Matematiksel olmayan problemlerin oranı ise altıncı sınıftan sekizinci sınıfa doğru artmaktadır (altıncı sınıf %5.00, yedinci sınıf %23.53, sekizinci sınıf %27.78). Matematiksel olmayan problemlere örnekler aşağıda sunulmuştur:

Örüntü devam ettiğinde 6. Şeklin alanı kaç birim olur? #Ö7-7

Bir çiftçi şekildeki gibi arsasını her geçen ay arttırmaktadır. Taralı çemberler ise ektiği biberleri göstermektedir. Üç ay sonra biber ekmediği alan toplamı kaç çemberdir? #Ö8-14

Öğrencilerin Kurduklari Problemlerde Zorluk Düzeyi İlerlemesi Analizine Ilişkin Bulgular

Kolay, orta ve zor problemlerin ayrıntılı analizlerinin ardından, problemlerin zorluk düzeylerine yönelik analizler sunulmaktadır. Bu doğrultuda, problemlerin zorluk düzeyindeki ilerleme analizi kategorilerinin frekans yüzdeleri Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7.
Problemlerin Zorluk Düzeyindeki İlerleme Analizi Kategorilerinin Frekans Yüzdeleri.

	Frekans yüzdeleri (%)			
Zorluk düzeyi kategorisi	**6. sınıf (n=20)**	**7. sınıf (n=16)**	**8.sınıf (n=16)**	**Toplam (n=52)**
P1<P2<P3	50.00	6.25	25.00	28.85
P1<P3 ve P2<P3 veya P1<P2 ve P1<P3	15.00	18.75	6.25	13.46
Aşağıdakilerden en az biri bulunan: P1>P2, P2>P3, P1>P3	20.00	50.00	43.75	36.54
Zorluk düzeyi kıyaslanamayan	15.00	25.00	25.00	21.15

Zorluk düzeyi ilerleme analizine en az iki matematiksel problem kuran öğrenciler dahil edildiğinden dolayı 52 form çözümlenmiştir. Ayrıca, problemler kolay (P1), orta (P2) ve zor (P3) olarak gösterilmiştir. Buna göre, Tablo 7'ye bakıldığında, altıncı sınıf öğrencilerinin yarısının (%50.00) zorluk düzeyi istenilen türde ilerleyen (P1<P2<P3) problemler kurduğu görülmektedir. Altıncı sınıf öğrencilerinin kurduğu problemler incelendiğinde, problemlerin büyük kısmının "örüntüde, sonraki şekilleri içeren bir problem önceki şekilleri içeren bir problemden daha zordur" ölçütüne uygun olduğu belirlenmiştir. Bu ölçüte uygun problemler şu şekildedir:

(P1) Yukarıdaki şeklin dördüncü adımında kaç tane siyah nokta vardır?

(P2) Yukarıdaki örüntünün 1'den 10. adıma kadarki bütün beyaz noktaların toplamı kaçtır?

(P3) Yukarıdaki örüntünün 1'den 20. adıma kadarki bütün beyaz ve siyah noktaların çarpımı kaçtır? #Ö6-12

Örnek problemlerde görüldüğü gibi, öğrenciler benzer yapıda problemler kurmalarına rağmen örüntüdeki adım sayılarını ilerlettiklerinden dolayı zorluk düzeyindeki ilerlemeyi sağlamışlardır. Ayrıca, zorluk düzeyi P1<P2<P3 olacak şekilde ilerleyen problemlerin en az görüldüğü sınıf %6.25 oranı ile yedinci sınıftır.

Zorluk düzeyi kısmi ilerleyen (P1<P3 ve P2<P3 veya P1<P2 ve P1<P3) problemleri en çok yedinci sınıf öğrencileri kurarken (%18.75), yedinci sınıfları %15.00 ile altıncı, %6.25 ile sekizinci sınıflar izlemektedir. Zorluk düzeyi kısmi ilerleyen problemlere örnekler aşağıda verilmiştir:

(P1) Verilen şekillere göre, 6. şekil kaç siyah daireli olur?

(P2) Verilen şekillere göre, 8. şekle kadar olan siyah ve beyaz dairelerin toplam sayısı kaçtır?

(P3) Verilen şekillere göre, 8. şekildeki beyaz dairelerin sayısı ile 4. şekildeki siyah dairelerin farkı kaçtır? #Ö7-15

Örnek problemlerin zorluk düzeyi "Şekillerdeki nokta sayılarını birleştirmeyi içeren bir problem, şekillerin birindeki nokta sayılarını soran bir problemden daha zordur" ölçütüne uygun olarak "P1<P3 ve P2<P3" şeklinde kısmi ilerlemektedir.

Zorluk düzeyi sadece iki problemde ilerleyen (P1>P2, P2>P3, P1>P3 durumlarından en az biri bulunan) problemleri yedinci sınıf öğrencilerinin yarısı (%50.00) ve sekizinci sınıf öğrencilerinin yaklaşık yarısı (%43.75) kurmuştur. Bu oran altıncı sınıflarda %20.00 şeklinde daha düşüktür. Zorluk düzeyi sadece iki problemde ilerleyen örnekler aşağıda sunulmuştur:

(P1) 110. şekilde kaç tane siyah nokta olur?

(P2) 159. şekilde kaç tane içi dolu çember olur?

(P3) Dışında kenar başına 30 boş daire olan karede kaç siyah nokta vardır? #Ö8-10

Yukarıda verilen problemlerin üçü de "geniş kapsamlı-bir şekildeki noktaları kapsayan" türündedir. Bu nedenle, problemlerin zorluk düzeyi ilerlemesi "örüntüde, sonraki şekilleri içeren bir problem önceki şekilleri içeren bir problemden daha zordur" ölçütüne uygun olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca, problemlerin zorluk düzeyi sadece iki problemde ilerlemiştir (P1>P3 ve P2>P3).

Zorluk düzeyi kıyaslanamayan problemlerin oranı yedinci ve sekizinci sınıflarda %25.00 ile aynı iken, altıncı sınıflarda bu oran %15.00'e düşmektedir. Zorluk düzeyi kıyaslanamayan problem örnekleri ise şu şekildedir:

(P1) Yukarıdaki örüntünün kuralı ne olabilir?

(P2) Örüntü iki şekil daha devam ettirildiğinde örüntüdeki tüm siyah noktaların toplamı kaç olur?

(P3) Örüntü devam ettiğinde 6. Şeklin alanı kaç birim olur? #Ö7-7

Yukarıda verilen P1 "geniş kapsamlı-kural tabanlı genel", P2 "geniş kapsamlı-birden çok şekildeki noktaları kapsayan", P3 "matematiksel olmayan" problem türündedir. Problemler zorluk düzeyini kıyaslama ölçütlerine uygun değildir. Bu nedenle, problemlerin zorluk düzeyi kıyaslanamamıştır.

Tartışma ve Sonuç

Yapılan bu çalışmada özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Birinci alt problem kapsamında, özel yetenekli öğrencilerin kurduğu problemlerin tamamına yakınının matematiksel problemler olduğu tespit edilmiştir. Matematiksel problemleri en çok altıncı sınıf seviyesindeki öğrenciler kurmuştur. Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problem kurma oranları birbirine yakın olmakla birlikte altıncı sınıfa göre düşüktür. Dolayısıyla, yedinci ve sekizinci sınıf seviyelerinde matematiksel olmayan problem kuran öğrenci sayısı altıncı sınıfa göre daha fazladır. Bu durumun, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin zorluk düzeyini arttırmak için daha karmaşık problemler kurmaya çalışmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Nitekim, orta ve zor problem kurma görevinde matematiksel olmayan problemlerin oranının arttığı belirlenmiştir. Leikin vd.'nin (2017b) ifadeleri bu yorumu destelemektedir. Buna göre, matematiksel özel yetenekli öğrencileri normal öğrencilerden farklılaştıran önemli bir unsur bu öğrencilerin karmaşık görevler üzerine çok zihinsel çaba harcamalarıdır. Ayrıca, özel yetenekli öğrencilerin cevapsız bıraktığı bir görev yoktur. Bu durumlardan yola çıkarak, özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerisinin yüksek olduğu sonucuna varılmıştır. Çalışmanın bu sonucu, özel yetenekli öğrencilerin karakteristik özelliklerinden birinin problem kurma becerisi olduğunu belirten çalışma sonuçlarıyla paralel niteliktedir (Espinoza et al., 2016; Freiman, 2018; Gutierrez et al., 2018; Johnson, 2000; Sheffield, 2018; Singer et al., 2016; Sriraman, 2005; Wagner & Zimmerman, 1986). Wagner ve Zimmerman (1986) özel yeteneklilikte problem kurmanın temel kabiliyetlerden biri olduğunu vurgulamıştır. Espinoza vd. (2016) ve Freiman (2018) ise matematiksel özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerilerinin yüksek olduğunu ifade etmişlerdir.

Alan yazında matematik ve özel yeteneklilik eğitimini birlikte ele alan çalışmaların yetersiz olduğu vurgulanmaktadır (Leikin, 2011; Sheffield, 2018; Singer et al., 2016). Bununla birlikte, özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerilerini inceleyen çalışma sayısı oldukça azdır (Arıkan & Ünal, 2015; Erdoğan & Erben, 2018; Espinoza et al., 2013; 2016; Keşan et al., 2010; Levenberg & Shaham, 2014). Farklı sınıf seviyelerindeki özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerilerini inceleyen bir çalışmaya ise rastlanamamıştır. Dolayısıyla, bu çalışma sonuçlarını daha ayrıntılı tartışmayı sağlayacak yeterli bilgi birikiminin olmadığı görülmektedir. Ancak, özel yetenekli tanısı koyulmamış öğrencilerle yürütülen çalışmalarla tartışma yapılabilir. Bunlardan biri olan Bozkurt ve Karslıgil-Ergin'in (2018) çalışmalarının bir bölümünde mevcut çalışmada yer alan problem kurma görevi kullanılmıştır. Ancak, Bozkurt ve Karslıgil-Ergin'in (2018) çalışmasında ortaya konan matematiksel problem kurma başarısı, mevcut çalışmaya katılan özel yetenekli öğrencilerin başarısından oldukça düşüktür. Bu çıkarım, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma becerilerinin akranlarına göre yüksek olduğunu belirten çalışma sonuçlarıyla örtüşmektedir (Arıkan & Ünal, 2015; Espinoza et al., 2016; Johnson, 2000; Singer et al., 2016). Özel yetenekli ve özel yetenekli olarak tanılanmamış öğrencilerin problem kurma becerileri karşılaştıran çalışmalarda, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel problem kurma başarılarının daha yüksek olduğu saptanmıştır (Arıkan & Ünal, 2015; Espinoza et al., 2016). Bu konuda, Johnson (2000) özel yetenekli öğrencilerin akranlarına kıyasla daha çözülebilir matematiksel problem kurabildiklerini belirtmiştir. Singer vd. (2016) ise özel yetenekli öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözme ve problem kurma becerilerinin akranlarından oldukça üstün olduğunu ifade etmiştir.

Çalışma bulgularına göre, özel yetenekli öğrencilerin kolay, orta ve zor problem kurma görevlerde ağırlıklı olarak geniş kapsamlı problemler kurduğu görülmüştür. Geniş kapsamlı problemler verilen üç şeklin ötesinde daha ileri basamaklarla ilgili problemlerdir. Bu bağlamda, özel yetenekli öğrencilerin özel durumların ötesinde daha geniş kümeler hakkında düşündükleri söylenebilir. Çalışmanın bu sonucu, özel yetenekli öğrencilerin problem çözme ve kurma durumlarında alışılmışın ötesinde düşündüklerini ve üst düzey düşünme becerileri gösterdiklerini belirten çalışma sonuçlarıyla paralel niteliktedir (Gutierrez et al., 2018; Sheffield, 2018; Johnson, 2000; Yuan & Sriraman, 2011). Gutierrez vd. (2018) özel yetenekli öğrencilerin problem çözme ve kurma durumlarında, matematiksel yapıların karmaşıklığı ve genişliği üzerine bilişsel çaba harcadıklarını ifade etmiştir. Yuan ve Sriraman (2011) ise problem kurma becerisinin matematik bilgisi ve başarısıyla ilişkili olduğunu ortaya koymuştur. Bu bağlamda, özel yetenekli öğrenciler matematik alanında akranlarına kıyasla daha başarılı olmakla birlikte, daha geniş matematiksel perspektifi yansıtan problemler kurabilirler (Johnson, 2000; Yuan ve Sriraman, 2011).

Geniş kapsamlı problemlerin ayrıntılı analizinde ise dikkat çekici bazı sonuçlara ulaşılmıştır. Buna göre, kolay ve orta zorluktaki görevlerde, özel yetenekli öğrencilerin yaklaşık yarısı "bir şekildeki noktaları kapsayan" türünde problemler kurmuştur. Zor görevde ise en çok "birden çok şekildeki noktaları kapsayan" türünde problemler tespit edilmiştir. Bu sonuçtan hareketle, özel yetenekli öğrencilerin birden çok şekli ele alınca problemlerin daha zorlaşacağını düşündükleri söylenebilir.

Geniş kapsamlı problemlerde en az görülen problem türleri ise kolay görevde "birden çok şekildeki noktaları kapsayan"dır. Orta ve zor görevde ise "şekillerdeki nokta sayılarını kıyaslayan" türündeki problemlere oldukça az yer verilmiştir. Bu sonuç, özel yetenekli öğrencilerin üç şeklin ötesinde geniş kapsamlı problem kurarken birden çok şekli yeterince göz önüne almadıkları şeklinde yorumlanabilir. Dar kapsamlı problemlere bakıldığında, kolay, orta ve zor görevlerde en çok "birden çok şekildeki noktaları kapsayan" türünde problemler kurulmuştur. Bu sonuca göre, özel yetenekli öğrencilerin dar kapsamlı problem kurmada birden çok şekli ele aldıkları söylenebilir.

Çalışmanın dikkate değer sonuçlarından birisi ise genelleme becerisine ilişkindir. Özel yetenekli öğrencilerin karakteristik özelliklerinden biri de genelleme becerilerinin yüksek olmasıdır (Freiman, 2018; Gutierrez et al., 2018; Krutetskii, 1976). Ancak, çalışma bulgularına göre kolay, orta ve zor görevlerin her üçünde de oldukça az sayıda özel yetenekli öğrenci "kural tabanlı genel" (örüntünün genel kuralına yönelik ancak çözülemeyecek) türünde problemler kurmuştur. "Kural tabanlı özel" (örüntünün genel kuralına yönelik çözülebilir nitelikte) problemleri ise sadece kolay görevde az sayıda sekizinci sınıf öğrencisi kurmuştur. Bu sonuçtan hareketle, özel yetenekli öğrencilerin örüntünün genel kuralına yönelik oldukça az sayıda problem kurduğu söylenebilir. Bu durumun öğrencilerin geçmiş yaşantılarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Özel yetenekli öğrencilerin problem kurma ve genellemeyle ilgili yeterince deneyim yaşamamış olmaları bu sonucun nedeni olabilir. Yapılan çalışmalar bu görüşü desteklemektedir. Bu bağlamda, çalışmalarda özel yetenekli öğrencilerin örüntülerin genel kuralını belirlemede güçlük yaşadıkları ortaya konulmuştur (Amit & Neria, 2008; Benedicto, Jaime, & Gutiérrez, 2015; Fritzlar & Karpinski-Siebold, 2012). Ayrıca, çalışma sonuçları, sınıf ortamında hem özel yetenekli tanısı koyulmamış hem de özel yetenekli öğrencilere yönelik problem kurma etkinliklerinin yetersiz olduğunu belirtmektedir (Levenberg & Shaham, 2014; Sheffield, 2018; Xu et al., 2019).

Çalışmanın ikinci alt problemiyle ilişkili olarak, özel yetenekli öğrencilerin kurdukları problemlerin zorluk düzeyi ilerleme analizi yapılmıştır. Bulgulara göre, özel yetenekli öğrencilerin istenen şekilde hiyerarşik ilerleyen zorluk düzeyine sahip problem kurma oranlarının oldukça düşük olduğu sonucuna varılmıştır. Zorluk düzeyi istenen türde hiyerarşik ilerleyen problemler en çok altıncı seviyesinde görülmüştür. Ancak, bu problemlerin büyük kısmı terim sırasının ilerlemesine yöneliktir. Yani, öğrenciler benzer yapıda problemler kurmalarına rağmen örüntüdeki adım sayılarını ilerlettiklerinden dolayı zorluk düzeyindeki ilerlemeyi sağlamışlardır. Ayrıca, zorluk düzeyi ilerleme analizi yapılamayan problem oranı düşük seviyededir. Bu sonuçlardan hareketle, özel yetenekli öğrencilerin problemlerin zorluk düzeylerini ilerletmek için hedefe yönelik çaba harcadıkları söylenebilir. Sowell, Zeigler, Bergwall ve Cartwright (1990) ve Dai, Moon ve Feldhusen'in (1998) çalışma sonuçları bu görüşü desteklemektedir. Sowell vd.'ye (1990) göre matematiksel özel yetenekli öğrenciler karmaşık problem yapıları üzerine daha fazla düşünürler. Ayrıca, matematiksel özel yetenekli öğrencilerin zorlayıcı matematik problemlerini çözme ve kurmadaki performansları akranlarına kıyasla daha iyidir. Dai vd. (1998) ise özel yetenekli öğrencilerin akranlarına kıyasla daha hedef odaklı olduklarını, zorlayıcı durumlara yönelik çaba harcadıklarını belirtmiştir.

Sınırlılıklar Ve Öneriler

Özel yetenekli öğrencilerin akranlarına göre farklı öğrenme ihtiyaçları vardır. Ancak, araştırma sonuçları özel yetenekli öğrencilerin matematik derslerinde diğer öğrencileri beklerken sıkıldıklarını veya diğer öğrencilere matematik konusunda yardımcı olmaya mecbur bırakıldıklarını göstermektedir (Sheffield, 2018; Smedsrud, 2018). Bu tür durumlar özel yetenekli öğrencilerin matematiksel becerilerinde ve matematiğe karşı ilgilerinde gerilemeye sebep olabilir (Hu, 2019). Dolayısıyla, bu öğrencilerin matematiğe ilgilerini sürdürmek için özel yaklaşımlar gereklidir (Gutierrez et al., 2018; Leikin et al., 2017a). Bu surette, problem kurma temelli yaklaşımların sınıf ortamında uygulanması önerilmektedir. Mevcut çalışmada ele alındığı gibi farklı zorluklarda problem kurma görevlerinin istenmesi özel yetenekli öğrencilerin ihtiyacı olan zorlayıcı ortamların oluşmasına ve yaratıcılık becerilerinin gelişimine katkı sağlayabilir.

Son yıllarda, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel ihtiyaçlarını göz önüne alarak farklılaştırılmış matematik programlarının geliştirilmesi dikkat çeken konulardan biridir (Hu, 2019; Sheffield, 2018; Smedsrud, 2018). Ancak, Türkiye'de özel yetenekli öğrencilerin beklentilerine yönelik program geliştirme çalışmalarının yetersiz olduğu görülmektedir (Özçelik, 2017). Mevcut çalışma bulgularından yararlanarak, program geliştirme uzmanlarının özel yetenekli öğrencilere yönelik programlarda problem kurma etkinliklerine yer vermesi önerilmektedir.

Özel yetenekli öğrenciler için yüksek kalitede matematik derslerinin tasarlanması hem öğretmen hem de içerikle ilişkilidir (Gutierrez et al., 2018; Leikin et al., 2017a). Problem kurma hem bir değerlendirme aracı hem de öğrenciler için yararlı bir eğitsel strateji olduğundan dolayı, öğretmenlerin problem kurma etkinliklerini derslerine nasıl entegre edeceklerini bilmeleri gerekir (Cai & Hwang, 2019; Xu et al., 2019). Ayrıca, mevcut çalışmada özel yetenekli öğrencilerin beklenen düzeyde genelleme gerektiren veya zorluk düzeyi ilerlemesine sahip problem kurmama nedeninin geçmiş yaşantılar olduğu düşünülmektedir. Bu bilgiler ve çıkarımlar doğrultusunda, özel yetenekli öğrencilere eğitim veren matematik öğretmenlerinin problem kurma becerileri incelenebilir. Öğretmenlerin problem kurma yeterlikleri belirlenerek, eksik noktaları gidermeye yönelik önlemler alınmalıdır.

Araştırmacılar, özel yetenekli öğrencilerle çalışacak, derin bilgi ve yeteneğe sahip öğretmenlere ihtiyaç olduğunu, bu nedenle öğretmenlerin kendilerini sürekli geliştirmeleri gerektiğini vurgulamaktadır (Gutierrz et al., 2018; Subotnik, Robinson, Callahan, & Gubbins, 2012). Bu görüşe dayalı olarak, özel yetenekli öğrencilerle çalışan matematik öğretmenlerine problem kurma yaklaşımları, problem kurmanın özel yetenekliliği tanılamadaki rolü, problem kurmanın matematiksel yaratıcılıkla ilişkisi gibi konularda hizmet içi eğitimler düzenlenmelidir. Hizmet içi eğitimlerin sadece teorik değil aynı zamanda uygulamalı olması önemlidir. Çünkü, öğretmenler farklı türde problem kurma deneyimleri yaşarsa, öğrencilerine de bu tür becerilerini geliştirecekleri ortamlar sağlayacaklardır (Cai & Hwang, 2019).

Çalışmada özel yetenekli öğrencilerden sadece bir türde (yarı-yapılandırılmış) problem kurma görevi istenmiştir. Bu durum çalışmanın sınırlılığı olarak görülebilir. Bu bilgiden hareketle, ilerleyen çalışmalarda farklı türde problem kurma görevlerinin tasarlanması önerilebilir. Özel yetenekli öğrencilerin farklı türde problem kurma görevlerindeki başarıları karşılaştırılabilir. Yapılacak çalışmalarda, daha derinlemesine bilgi edinmek amacıyla, klinik görüşme gibi yöntemler kullanılarak, özel yetenekli öğrencilerin problem kurma sürecinde izledikleri yol ve düşünme biçimleri araştırılabilir.

Çalışma sonuçlarına genel olarak değerlendirildiğinde, özel yetenekli öğrencilerin sınırlı yapılarda problem kurduğu söylenebilir. Dolaysıyla, ileriye dönük planlanan çalışmalarda problem kurma etkinliklerinin özel yetenekli öğrencilerin bilişsel gelişimlerine etkileri deneysel olarak incelenebilir. Singer ve Voica'nın (2015) çalışma sonuçları bu öneriye dayanak oluşturmaktadır. Singer ve Voica (2015) çalışmalarında problem kurmanın matematiksel özel yetenekli öğrencilerin bilişsel çerçevelerini geliştirdiğini belirtmiştir.

Öğrencilerin problem kurma performansları üzerinde problem kurmaya yönelik tutumları da etkili olabilir (Kılıç, 2019). Ayrıca, özel yetenekli öğrencilerin matematik performanslarında motivasyon, tutum gibi duyuşsal faktörlerin etkili olduğunu ortaya koyan çalışma sonuçları mevcuttur (Erdogan & Yemenli, 2019; Hu, 2019; Smedsrud, 2018). Dolayısıyla, özel yetenekli öğrencilerin gösterdikleri performansta duyuşsal faktörler de etken olabilir. Bu sebeple, özel yetenekli öğrencilerin problem kurmaya yönelik motivasyonları, tutumları ve öz-kavramlarını analiz eden çalışmalar yapılabilir. Ayrıca, matematiksel özel yeteneklilik, problem kurma ve matematiksel yaratıcılığın birbiriyle ilişkili kavramlar olduğu göz önüne alınarak (Sheffield, 2018) öğrencilerin kurduğu problemler matematiksel yaratıcılık bağlamında incelenebilir.

Matematiksel özel yeteneklilik alanında araştırmalar yığılmalı olarak büyümektedir (Sheffield, 2018). Ancak, Türkiye'de matematik ve özel yeteneklilik eğitimini birlikte ele alan çalışmalar oldukça sınırlıdır (Arıkan & Ünal, 2015; Erdoğan & Erben, 2018). Dünya'da özel yeteneklilik kavramına karşılık olarak matematiksel gelecek vaat eden öğrenci kavramı geliştirilip, teknoloji özel yetenekli öğrencilerin problem kurma becerilerini geliştirmek için bir araç olarak kullanılırken (Sheffield, 2018) Türkiye'nin bu gelişmelere geç kalmaması gerekir. Özel yetenekli öğrencilerin potansiyelleri belirlenip, bu potansiyelleri geliştirme konusunda uygulamalar yapılmalıdır. Dolayısıyla, problem kurma da dahil olmak üzere matematik eğitimi ve özel yeteneklilik alanında çalışmalar yapılması önemle önerilmektedir.

Bilgilendirme

Bu çalışmanın bir kısmı, 1-3 Kasım 2019 tarihleri arasında Malatya'da düzenlenen Uluslararası Özel Yetenekliler Eğitimi Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

References

Altun, M. (2015). *Teaching mathematics for education faculties and primary teachers* (19th ed.). Bursa: Alfa Aktuel.

Amit, M. & Neria, D. (2008). "Rising to the challenge": Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM Mathematics Education, 40,* 111–129.

Arikan, E. E. & Unal, H. (2015). Investigation of problem-solving and problem-posing abilities of seventh-grade students. *Educational Sciences, Theory & Practice, 15*(5), 1403-1416.

Assmus D. & Fritzlar T. (2018). Mathematical giftedness and creativity in primary grades. In F. M. Singer (Ed.), *Mathematical creativity and mathematical giftedness: Enhancing creative capacities in mathematically promising students* (pp. 373–404). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.

Benedicto, C., Jaime, A., & Gutiérrez, A. (2015). Análisis de la demanda cognitiva de problemas de patrones geométricos. In C. Fernández, M. Molina, & N. Planas (Eds.), *Investigación en educación matemática XIX* (pp. 153–162). Alicante, Spain: SEIEM.

Bozkurt, A. & Karsligil-Ergin, G. (2018). Students' achievement and mathematical thinking in process of problem solving and problem posing. *E-International Journal of Educational Research, 9*(3), 1-33.

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: An exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34*(5), 719-737.

Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., et al. (2019). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research.* https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.02.004 Online First.

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics, 83,* 57–69.

Cai, J. & Hwang, S. (2019). Learning to teach mathematics through problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research.* https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001 Online First.

Canturk-Gunhan, B., Gecici, M. E., & Gunkaya, B. (2019). The effect of problem posing based mathematics teaching on students' success: A meta-analysis study. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education, 13*(2), 1042-1062.

Chen, T. & Cai, J. (2019). An elementary mathematics teacher learning to teach using problem posing: A case of the distributive property of multiplication over addition. *International Journal of Educational Research.* https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.03.004 Online First.

Dai, D. Y., Moon S. M., & Feldhusen, J. F. (1998). Achievement motivation and gifted students: A social cognitive perspective. *Educational Psychologist, 33*(2-3), 45-63.

Davis, G. A. & Rimm, S. B. (2004). *Education of the gifted and talented*. Boston, MA: Pearson Education Press.

English, L. D. (2019). Teaching and learning through mathematical problem posing: Commentary. *International Journal of Educational Research.* https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.06.014 Online First.

Erdogan, A. & Yemenli, E. (2019). Gifted students' attitudes towards mathematics: a qualitative multidimensional analysis. *Asia Pacific Education Review, 20,* 37–52.

Erdogan, F. & Erben, T. (2018). Investigation of gifted students' problem posing abilities requiring arithmetical operations with natural numbers. *İnonu University Journal of the Faculty of Education, 19*(3), 534-546.

Espinoza, J., Lupiáñez J. L., & Segovia, I. (2013). Características del talento matemático asociadas a la invención de problemas. *Revista Científica, número especial octubre 2013,* 190-195.

Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2016). The posing of arithmetic problems by mathematically talented students. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 14*(2), 368-392.

Freiman, V. (2018). Complex and open-ended tasks to enrich mathematical experiences of kindergarten students. In F. M. Singer (Ed.), *Mathematical creativity and mathematical giftedness: Enhancing creative capacities in mathematically promising students* (pp. 373–404). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.

Fritzlar, T. & Karpinski-Siebold, N. (2012). Continuing patterns as a component of algebraic thinking—An interview study with primary school students. In *Pre-proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 2022–2031). Seoul, South Korea: ICMI. Retrieved January 12, 2018, from http://www.icme12.org/data/ICME12_Pre-proceedings.zip.

Gagné, F. (2003). Transforming gifts into talents: The DMGT as a developmental theory. In N. Colangelo & G. A. Davis (Eds), *Handbook of gifted education* (pp. 60-74). Boston MA: Allyn and Bacon, Inc.

Goldberg, S. R. (2008). *An exploration of intellectually gifted students' conceptual views of mathematics*. Unpublished doctorate dissertation, Columbia University, USA.

Gutierrez, A., Benedicto, C., Jaime, A., & Arbona, E. (2018). The cognitive demand of a gifted student's answers to geometric pattern problems. In F. M. Singer (Ed), *Mathematical creativity and mathematical giftedness* (pp. 196-198). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.

Guzel, R. & Biber, A.Ç. (2019). The effect of the problem posing approach for academic success in the teaching of ınequalities. *Kastamonu Education Journal, 27*(1), 199-208.

Hu, H. (2019) Implementing resilience recommendations for policies and practices in gifted curriculum. *Roeper Review, 41*(1), 42-50.

Johnson, D. T. (2000). *Teaching mathematics to gifted students in a mixed-ability classroom.* Reston, VA: ERIC Clearinghouse on Disabilities and Gifted Education.

Kesan, C., Kaya, D., & Guvercin, S. (2010). The effect of problem posing approach to the gifted student's mathematical abilities. *International Online Journal of Educational Sciences, 2*(3), 677-687.

Kılıc, Ç. (2019). Investigation of the performance of the middle school students in the posing of problems that can be solved by the looking for a pattern strategy. *Kastamonu Education Journal, 27*(2), 647-656.

Korkmaz, E. & Gur, H. (2006). Determining of prospective teachers' problem posing skills. *Journal of Balıkesir University Institute of Science and Technology, 8*(1), 64-74.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children.* Chicago, IL: University of Chicago Press.

Leikin, R. (2009). Bridging research and theory in mathematics education with research and theory in creativity and giftedness. In. R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and education of gifted students* (pp. 385-411). Rotterdam: Sense Publishers.

Leikin, R. (2011). The education of mathematically gifted students: Some complexities and questions. *The Mathematics Enthusiast, 8*(1-2), 167–188.

Leikin, R. (2015). Problem posing for and through investigations in a dynamic geometry environment. In F. M. Singer, N. Ellerton & J. Cai (Eds), *Problem posing: From research to effective practice* (pp. 373–391). Dordrecht: Springer.

Leikin, R., Koichu, B., & Berman, A. (2009). Mathematical giftedness as a quality of problem-solving acts. R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Eds), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 115–128). Rotterdam: Sense Publishers.

Leikin, R., Koichu, B., Berman, A., & Dinur, S. (2017a). How are questions that students ask in high level mathematics classes linked to general giftedness? *ZDM Mathematics Education, 49*(1), 65-80.

Leikin, R., Leikin, M., Paz-Baruch, N., Waisman, I., & Lev, M. (2017b). On the four types of characteristics of super mathematically gifted students. *High Ability Studies, 28*(1), 107-125.

Levenberg, I. & Shaham, C. (2014). Formulation of word problems in geometry by gifted pupils. *Journal for the Education of the Young Scientist and Giftedness, 2*(2), 28-40.

Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: Challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 103-116.

Liljedahl, P. & Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For the Learning of Mathematics, 26*(1), 20–23.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2014). *Qualitative data analysis*. CA:SAGE.

Miller, R. C. (1990). *Discovering mathematical talent.* Reston, VA: Eric Clearinghouse on Handicapped and Gifted Children.

Ministry of National Education. (2018). *Mathematics curriculum (Primary and secondary 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 and 8 grades).* Ankara: MoNE Publ.

Muijs, D. (2004). *Doing quantiative research in education with SPSS*. London: Sage

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics (2016). *Providing opportunities for students with exceptional mathematical promise: A position of the national council of teachers of mathematics*. Reston: NCTM.

Nolte, M. (2018). Twice-exceptional students: Students with special needs and a high mathematical potential. In F. M. Singer (Ed.), *Mathematical creativity and mathematical giftedness* (pp. 199-225). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.

Ozcelik, T. (2017). *Efficiency of differentiated mathematics curriculum designed for gifted and talented students.* Unpublished doctorate dissertation, Hacettepe University, Ankara.

Poulos, A. & Mamona-Downs, J. (2018). Gifted students approaches when solving challenging mathematical problems. In F. M. Singer (Ed), *Mathematical creativity and mathematical giftedness* (pp. 309-341). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.

Renzulli, J. S. (2012). Reexamining the role of gifted education and talent development for the 21st century: A four-part theoretical approach. *Gifted Child Quarterly, 56*(3), 150–159.

Sheffield, L. J. (2003). Development of mathematical promise. In S. Pfeiffer & L. Limburg-Weber (Eds), *Early gifts: Recognizing and nurturing children's talents* (pp. 59-81). Waco, TX: Prufrock Press.

Sheffield, L. J. (2018). Commentary paper: A reflection on mathematical creativity and giftedness. In F. M. Singer (Ed), *Mathematical creativity and mathematical giftedness* (pp. 405-428). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM, 3,* 75–80.

Silver, E. A. & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*, 521–539.

Singer, F. M., Ellerton, N., & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 1–7.

Singer, F. M., Ellerton, N., & Cai, J. (2015). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. New York: Springer.

Singer, F. M., Sheffield, L., Freiman, V., & Brandl, M. (2016). *Research on and activities for mathematically gifted students*. New York: Springer Nature.

Singer, F. M., Sheffield, L. J., & Leikin, R. (2017a). Advancements in research on creativity and giftedness in mathematics education: Introduction to the special issue. *ZDM Mathematics Education, 49*(1), 4-12.

Singer, F. M., & Voica, C. (2015). Is problem posing a tool for identifying and developing mathematical creativity? In F. M. Singer, N. Ellerton & J. Cai (Eds), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 141–174). New York: Springer.

Singer, F. M., Voica, C., & Pelczer, I. (2017b). Cognitive styles in posing geometry problems: implications for assessment of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education*, *49*(1), 37-52.

Smedsrud, J. (2018) Mathematically gifted accelerated students participating in an ability group: A qualitative interview study. *Front. Psychol., 9,* 1-12.

Sowell, E. J., Zeigler, A. J., Bergwall, L., & Cartwright, R. M. (1990). Identification and description of mathematically gifted students: A review of empirical research. *Gifted Child Quarterly, 34,* 147–154.

Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics. *The Journal of Secondary Education, 17*(1), 20–36.

Stoyanova, E. & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In P. Clarkson (Ed), *Technology in mathematics education* (pp. 518–525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Subotnik, R. F., Robinson, A., Callahan, C. M., & Gubbins, E. J. (2012). *Malleable minds: Translating insights from psychology and neuroscience to gifted education.* Storrs: University of Connecticut, NRCGT.

Turhan, B. & Guven, M. (2014). The effect of mathematics ınstruction with problem posing approach on problem solving success, problem posing ability and views towards mathematics. *Cukurova University Faculty of Education Journal, 43*(2), 217-234.

Van Tassel-Baska, J. & Stambaugh, T. (2006). *Comprehensive curriculum for gifted learners* (3rd ed.). Boston: Pearson Education Inc.

Voica, C. & Singer, F. M. (2013). Problem modification as a tool for detecting cognitive flexibility in school children. *ZDM, 45*(2), 267–279.

Voica, C. & Singer, F. M. (2014). Problem posing: A pathway to identifying gifted students. In *MCG8 Proceedings* (pp. 119–124). Univ. of Denver, Colorado, USA.

Wagner, H. & Zimmermann, B. (1986). Identification and fostering of mathematically gifted students. In A. Cropley, K. Urban, H. Wagner & W. Wieczerkowski (Eds), *Giftedness: A continuing world-wide challenge* (pp.273-287). New York: Trillium Pres.

Xu, B., Cai, J., Liu, Q., & Hwang, S. (2019). Teachers' predictions of students' mathematical thinking related to problem posing. *International Journal of Educational Research.* https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.04.005. Online First.

Yazgan-Sag, G. (2019). A theoretical view to mathematical giftedness. *National Education, 48*(221), 159-174.

Yin, R. K. (2017). *Case study research and applications: Design and methods.* Sage Publications.

Young, A. E. & Worrell, F. C. (2018). Comparing metacognition assessments of mathematics in academically talented students. *The Gifted Child Quarterly, 63*(2), 259-275.

Yuan, X. & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem posing abilities. In B. Sriraman & K. Lee (Eds). *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 5–28). Rotterdam, the Netherlands: Sense.

Appendix

Appendix 1.

Problem Posing Task

Ayşe Teacher draws the figures shown below.

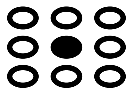

Figure 1

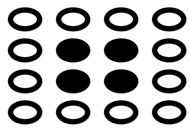

Figure 2

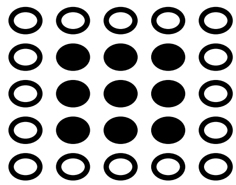

Figure 3

For his student's homework, he wanted to make up three problems based on the above situation: an easy problem, a moderate problem, and a difficult problem. These problems can be solved using the information in the situation.

Help Ayşe Teacher make up three problems and write these problems in the space below.

Easy problem:
Moderate problem:
Difficult problem: