

Article Type:

Research Paper

Original Title of Article:

Investigation of Libyan and Turkish students' thinking levels in solving quadratic word problems based on SOLO Taxonomy

Turkish Title of Article:

Libyalı ve Türk öğrencilerin ikinci dereceden bir değişkenli sözel problemlere ilişkin düşünme seviyelerinin SOLO Taksonomisi'ne göre araştırılması

Author(s):

Awatef ELAZZABİ, Ahmet KAÇAR

For Cite in:

Elazzabi, A. & Kaçar, A. (2020). Investigation of Libyan and Turkish students' thinking levels in solving quadratic word problems based on SOLO Taxonomy. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, 10(1), 283-316. <http://dx.doi.org/10.14527/pegegog.2020.010>

Makale Türü:

Özgün Makale

Orijinal Makale Başlığı:

Investigation of Libyan and Turkish students' thinking levels in solving quadratic word problems based on SOLO Taxonomy

Makalenin Türkçe Başlığı:

Libyalı ve Türk öğrencilerin ikinci dereceden bir değişkenli sözel problemlere ilişkin düşünme seviyelerinin SOLO Taksonomisi'ne göre araştırılması

Yazar(lar):

Awatef ELAZZABİ, Ahmet KAÇAR

Kaynak Gösterimi İçin:

Elazzabi, A. & Kaçar, A. (2020). Investigation of Libyan and Turkish students' thinking levels in solving quadratic word problems based on SOLO Taxonomy. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, 10(1), 283-316. <http://dx.doi.org/10.14527/pegegog.2020.010>

Investigation of Libyan and Turkish students' thinking levels in solving quadratic word problems based on SOLO Taxonomy

Awatef ELAZZABI^{*a}, Ahmet KAÇAR^{**a}

^a Kastamonu University, Faculty of Education, Kastamonu/Turkey



Article Info

DOI: 10.14527/pegegog.2020.010

Article History:

Received 01 April 2019
Revised 07 November 2019
Accepted 21 December 2019
Online 05 February 2020

Keywords:

Quadratic word problems,
SOLO Taxonomy,
Libyan and Turkish students.

Article Type:

Research paper

Abstract

This article presents a study of the skills of Libyan and Turkish students in their quadratic word problems based on SOLO Taxonomy. The research model used in this study is a case study. The participants were 27 students at a high school in Kastamonu, Turkey and were 27 students at a high school in the city of Tripoli, Libya. The data were obtained by thinking test consisting of three problems. The test was applied to the students in the spring semester of 2017-2018 academic year. Overall, the results showed that Turkish students had multiple structural levels of 48.15% and relational structural levels of 10.37%, which is considered a good ratio, and were better than Libyan students with multiple structural levels of 21.50% and relational-structural levels of 9.00%. This shows that the majority of Turkish students participating in the study may be successful in moving advanced thinking levels in these problems. On the other hand, there are students who cannot answer the problems as well as pre-structural and uni-structural students. Some of the reasons why these students' levels are low may be misinterpretation of the problem, difficulty in understanding word problems and turning them into mathematical symbols, and negligence.

Libyalı ve Türk öğrencilerin ikinci dereceden bir değişkenli sözel problemlere ilişkin düşünme seviyelerinin SOLO Taksonomisi'ne göre araştırılması

Makale Bilgisi

DOI: 10.14527/pegegog.2020.010

Makale Geçmişi:

Geliş 01 Nisan 2019
Düzeltilme 07 Kasım 2019
Kabul 21 Aralık 2019
Çevrimiçi 05 Şubat 2020

Anahtar Kelimeler:

2. dereceden sözel problemler,
SOLO Taksonomisi,
Libyalı ve Türk öğrenciler.

Makale Türü:

Özgün makale

Öz

Bu makale, Libyalı ve Türk öğrencilerin ikinci dereceden bir değişkenli sözel problemler konusundaki becerilerinin SOLO Taksonomisi'ne göre araştırılmasını amaçlamıştır. Çalışmada kullanılan araştırma modeli bir durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcıları Libya'nın Trablus kentinde bir lisedeki 27 öğrenci ve Türkiye'nin Kastamonu kentindeki bir lisede bulunan 27 öğrenciden oluşmaktadır. Veriler, üç problemde oluşan düşünme testi ile elde edilmiştir. Test, 2017-2018 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde öğrencilere uygulanmıştır. Sonuçlar, genel olarak, Türk öğrencilerin çok yönlü yapı düzeylerinin yaklaşık % 48.00, ilişkilendirilmiş yapı düzeylerinin % 10.37 ve Libyalı öğrencilerin çok yönlü yapı düzeylerinin yaklaşık %21.50, ilişkilendirilmiş yapı düzeylerinin ise yaklaşık % 9.00 olduğunu göstermiştir. Bu durum Türk öğrenciler lehine anlamlı bir oran olarak kabul edilebilir. Bu sonuçlar çalışmaya katılan Türk öğrencilerin büyük bir kısmının bu problemlerde ileri düşünme seviyelerine ilerlemekte başarılı olabileceğini göstermektedir. Diğer yandan, yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeyindeki öğrenciler olduğu gibi problemleri cevaplayamayanlar da vardır. Bu öğrencilerin seviyelerinin düşük olma nedenlerinden bazıları; sorunun yanlış yorumlanması, sözel problemleri anlama ve matematiksel sembollere çevirme zorluğu ve ihmalkârlık olabilmektedir.

* Author: alazzabiawatef@yahoo.com

** Author: akacar37@gmail.com

Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0002-4384-8920>

Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0002-0072-2033>

Introduction

Mathematics grows alongside the evolution of human life. Being an essential element in all areas of life, the mathematics is one of the most important essential sciences to solve everyday life problems. In addition, it plays a fundamental role in scientific development and its application to most of the sciences, for example physics, biology, etc. Mathematics with its various branches is a necessity. Also, it has a role in the development of correct thinking skills and the ability to cope with life problems. In mathematics, word problems play mediate between mathematics and realistic events (Chassapis, 2010). Word problems help students to use mathematical concepts on realistic events, and it connects mathematics to real-world situation (Barwell, 2011). Word problems provide an opportunity to utilize mathematical tools, strengthen the linkage between mathematics and the real world, provide a platform for developing new concepts and skills and using thinking and exploration for problem solving (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2000).

Word problems consist of numbers and words used by students to apply mathematical instructions in the context of problem solving (Pffannenstiel, Bryant & Porterfield, 2015). Word problems provide textual information to a problem that cannot be represented mathematically (Rasmussen & King, 2000; Timmermans et al., 2007). Translating word problems into symbols is undeniably one of the essential processes in solving word problems which plays a significant role in current mathematics education (Boonen, van der Schoot, van Wesel, de Vries, & Jolles 2013; Timmermans, Van Lieshout, & Verhoeven, 2007).

The literature indicates that many numbers of students in secondary schools have inadequate understanding of mathematical concepts and skills in solving word problems (KNEC, 2007; MOEST, 2001). In addition, this seems to be one of the hardest things for elementary school students (Bardillion, Jr. 2004). Zawaiza and Gerber (1993) revealed that the translation of the problem's language into concepts that represent mathematically, the errors in the calculations, and planning the solution were among the difficulties encountered by students to solve word problems. In addition, the lack of understanding the sense of algebraic symbols, the incorrect interpretation of texts and the difficulties in translating from text phrases into mathematical equations are among difficulties in word problems solving process (Ng & Lee, 2009). A study conducted by Cruz and Lapinid (2014) revealed that negligence, misunderstanding, and uncommon words are some of the difficulties that face students in translating word problems. Many studies have shown that unsuccessful teaching is one of these reasons (Bernardo, 1999) while others indicate lack of lingual knowledge (Bernardo, 2002). Yeo (2009) found that, some of students were slow to resolve the problem, others could not translate the problem into mathematical format, and others had trouble in solving the problem because they did not understand the problem or found it hard. In another study, Tindowen, Ramirez and Sales (2019) concluded that the lack of comprehension, lack of vocabulary, incorrect use of operation, interchanging of values and negligence were the difficulties that students faced in solving word problems.

Some students find it difficult to solve word problems; however, if problems given to students have certain numbers or equations, they are easy for them. Gooding (2009) recommends that students continue to practice solving word problems so that they can acquire skills and gain knowledge about strategies to solve this type of problems. According to Polya (1957), solving word problems are among important skills and students will learn methods to solve this type of problems when they concentrate and then imitate what others do when solving these problems. In another study conducted by Bernadette (2009), the most important strategies that can help overcome the difficulties faced by students in solving problems reported as follows: discussion in groups on problem-solving strategies, using games to solve problems, and presenting graphical representations of word problems.

Aniano (2010) reported that the level of difficulties in translating worded problems to symbols was one of the operators that identify students' problem-solving skills. This is supported by Vista (2010) who argue that the level of students' understanding of translating sentences into symbols had an impact on students' achievement in solving problems.

Many studies in the literature have focused on word problems and identifying difficulties faced by students in solving such problems. Thus, it has been understood that the main difficulty in solving word problems is to understand the problem statement (Boonen et al., 2013; Lee, Ng, & Ng, 2009; Thevenot, 2010), and students are in dire need of a full development of the problem before trying to solve it (Swanson, Orosco, & Lucier, 2014). In order for students to become creative in solving word problems, it is necessary to provide them with the correct procedures and methods through teaching, besides practice in solving problems. Thus, students will attain a higher level of thinking in solving this type of problem. Therefore, there is a need to determine whether students in secondary schools have skills in solving word problems. It is difficult to measure whether students understand a topic or concept correctly. Therefore, there is an increasing trend towards the use of measurement methods in mathematics teaching (Incikabi, & Sancar-Tokmak, 2012). The Structure of the Observed Learning Outcomes (SOLO) model is a taxonomy used to assess students' knowledge (Biggs & Collis, 1991; Pegg & Tall, 2005). The SOLO Taxonomy is used to rank students' ability to answer problems following five-level hierarchy: pre-structural (the lowest level), uni-structural, multi-structural, relational, and extended abstract (the highest level) (Jimoyiannis, 2013). There are many studies using SOLO Taxonomy in mathematics at different levels in the literature (Lam & Foong, 1996; Pegg & Coady, 1993). Many previous studies have shown that the application of SOLO Taxonomy in education help students identify and prepare the better answer (Putri, Mardiyana, & Saputro, 2017).

The current study aimed to investigate Libyan and Turkish students' levels of thinking in terms of solving quadratic word problems based on SOLO Taxonomy. Being in line with the stated aim, answers to the following questions were sought in the study:

1. What are Libyan and Turkish students' thinking levels when solving quadratic word problems in one variable based on SOLO Taxonomy?
2. Is there a difference between Libyan and Turkish students' thinking levels when examining quadratic word problems with one variable based on SOLO Taxonomy?

Method

Research Design

As it is descriptive in nature, the present study used case study approach, one of the qualitative research methods, which allows to determine the attitudes, successes, and ideas of the group of participants (Schumacher & McMillan, 2006). The problem-solving skills that the students applied to the quadratic word problems were analysed according to the answers obtained by the developed measurement tool. SOLO Taxonomy was used to explain and examine the students' thinking skills. The qualitative data obtained from the measurement tool prepared in English and Turkish were analysed.

Participants

The participants of this study consisted of 27 Libyan students at a high school from Tripoli and 27 Turkish students at a high school from Kastamonu. The study was undertaken in the spring midterm of the 2017-2018 academic year. As the schools were willing to open their doors to carry out the study, convenient sampling was the primary choice for the participant selection (Patton, 1987). Since these students were in the high grade and were about to finish high school, the participants had already studied quadratic word problems and they had the knowledge of quadratic word problems in order to solve the questions asked in this study; and so it was assumed that they had sufficient knowledge concerning quadratic word problems.

Data Collection Tools

In the study, a three-question test regarding quadratic word problems was given to the students as data collecting tool (Table 1). The data of the study were obtained through this test. The test was conducted in the spring of 2018 when the students had completed the subject of quadratic word problems.

Table1.*Test Problems.*

-
1. The length of a rectangle is 5 cm greater than its width. If we know that the area is equal to 36 cm^2 , what is the length and width of the rectangle?
 2. We have two consecutive odd numbers. The result of multiplying the two numbers equals 15. What are these numbers? Show how you found your answer?
 3. A square with an edge length $(x + 3)$ and a rectangle with side lengths $(2x + 3)$ and $(3x - 5)$ have the same area.
 - a. Find equation based on variable x
 - b. Find the solution to the equation in part (a)
 - c. Find the square area
-

Each problem in the test was designed to reflect the algebraic thinking of the students. Academics' views on mathematics education were taken in order to determine whether the questions were appropriate and valid in terms of language, level, and content. For the reliability of data obtained from the test, the compatibility between the encoders was taken into considered. After the student's answers were encoded independently by two supervisors, the Cohen's Kappa concordance coefficient was calculated. Results of Cohen's kappa coefficient were .81. This result is enough for measuring the consistency of the encoder analysis.

Data Analysis

In this study, the students' responses were analysed based on SOLO Taxonomy and in accordance with the descriptive research method. The students' responses were examined in detail and their thinking levels regarding the quadratic word problems based on SOLO Taxonomy were analysed. The thinking levels of SOLO Taxonomy and how these assessments were undertaken are explained in Table 2.

Table 2.*Assessments for Each Level based on SOLO Taxonomy.*

No.	Level response	Indicator
1	Pre-structural	<ul style="list-style-type: none"> • Student cannot understand the problem. • Student does not have any information. • Unrelated responses. • Solving the problem is meaningless. • Usually, the answers students give are not related to the desired answers.
2	Uni-structural	<ul style="list-style-type: none"> • Misinterpretation of the problem. • Student understanding of the problem is limited. • Student usually focuses on one aspect of the problem. • Student can establish a relationship but very limited.
3	Multi-structural	<ul style="list-style-type: none"> • Student can establish a more complex relation. • Student uses more than one aspect of the problem but cannot connect these aspects.
4	Relational	<ul style="list-style-type: none"> • Student can generalize the relation. • Student gives a rule or formula for the relation. • Student understands all the aspects of the problem in relation to the answer, and therefore, they can connect these aspects in this level.
5	Extended abstract	<ul style="list-style-type: none"> • Student creates new things. • Student goes beyond the problem to develop a new strategy to reach a solution.

Findings

In this section, the responses of the Libyan and Turkish students were analysed based on SOLO taxonomy, then the results obtained were presented in graphs with examples from students. At least one sample was presented for each level from both countries. They were carefully selected to represent other similar solutions.

Findings Relating to the First Research Question

First problem: This section presents the results of the analysis of the students' responses to the first problem.

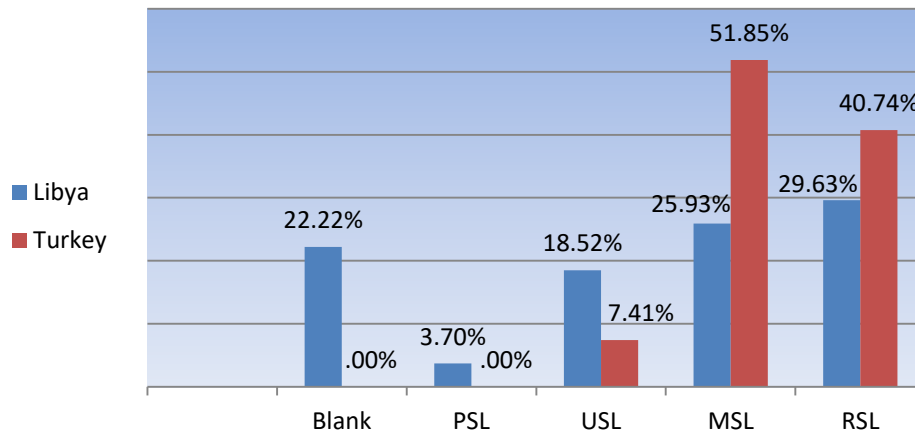


Figure 1. SOLO Taxonomy of the answer to the first problem.

According to the first problem, Figure 1 shows that Libyan eight students were at the relational-structural level (RSL), and seven students were at the multi-structural level (MSL). Of the participants, 3.70% (n=1) had pre-structural (PSL) and 18.52% (n=5) had uni-structural (USL) thinking levels, and the remaining 22.22% did not even attempt to solve the problem. Here, it can be observed that there was only one student at PSL, and students failed to solve the problem due to their misinterpretation. It was found that the five students with USL had limited comprehension concerning the requirements of the problem and focused only on one aspect of the problem. The seven students at MSL revealed the different aspects of the subject in their responses; however, they failed to produce a meaningful result. The remaining eight students were at RSL, and their responses to the given data were consistent and coherent.

Results from the analysis of the students' responses to the first problem prove that, most of the Libyan students can succeed in progressing toward advanced thinking levels. Based on the SOLO Taxonomy thinking levels, students with high levels of understanding are able to reach the relational level and those with a moderate understanding can reach the multi-structural level; however, students with a low understanding are only able to reach the level of pre-structural thinking or possibly the uni-structural level.

Referring to Figure 1, there were 11 Turkish students at RSL, 14 students at MSL, the rest was at USL (n=2), constituting 7.41%, and there were no students that left this problem blank. However, it is observed that the students with USL had limited comprehension concerning the requirements about the problem and they only focused on one aspect of the problem. There were 14 students at MSL, who reveal different aspects of the subject in their responses; however, they could not produce a meaningful result. There were 11 students (n = 11) at RSL, who give responses that are consistent and coherent with the given data.

Based on the results of the Turkish students, it can be stated that most can succeed in advancing toward advanced thinking levels in this problem. It is concluded that, based on SOLO Taxonomy, students with a high level of understanding are able to reach the relational level, those with a moderate understanding can reach the multi-structural level, and those with a low understanding can attain the level of uni-structural thinking.

Considering the first question, both the Libyan and Turkish students could reach the uni-structural, multi-structural, and relational levels. However, some of the Turkish students showed a higher level of thinking than the Libyan students, which can be interpreted as the Turkish students had a better understanding of the word problem than the Libyan students. The following samples give examples of answers that are acceptable at USL, MSL and RSL:

The length of a rectangle is 5cm greater than its width. If we know the area is equal to 36 cm^2 , what is the length and width of the rectangle?

$$X(X+5) = 36$$

Figure 2. A Libyan student's answer to the first problem.

Bir dikdörtgenin uzunluğu genişliğinden 5 cm daha büyüktür. Alanın 36 cm^2 'ye eşit olduğunu biliyorsak, dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği nedir?

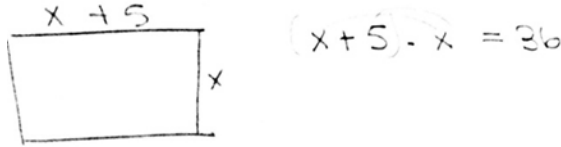


Figure 3. A Turkish student's answer to the first problem.

Figure 2 and 3 show that these two students had the knowledge to find the solution and had an understanding of translating word problems into symbols, however, even if they were only one step away from the solution, the students could not complete the problem. For this reason, the students' answers were accepted to be at USL.

The length of a rectangle is 5cm greater than its width. If we know the area is equal to 36 cm^2 , what is the length and width of the rectangle?

$$\begin{aligned} (x) \cdot (x+5) &= 36 \\ x^2 + 5x &= 36 \\ x^2 + 5x - 36 &= 0 \end{aligned}$$

Figure 4. A Libyan student's answer to the first problem.

Bir dikdörtgenin uzunluğu genişliğinden 5 cm daha büyüktür. Alanın 36 cm^2 'ye eşit olduğunu biliyorsak, dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği nedir?

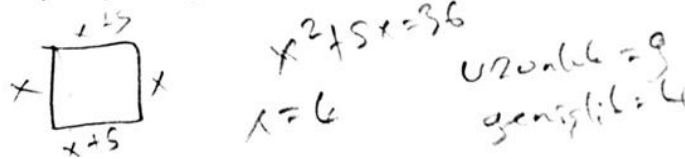


Figure 5. A Turkish student's answer to the first problem.

As shown in Figures 4 and 5, these two students could provide a correct answer to this problem, which suggests that they had the necessary knowledge and skills to present a solution using the right method. The students took on a good step for the solution but did not complete the solution. For this reason, the students' answers were accepted to be at MSL.

Figure 6. A Libyan student's answer to the first problem.

Figure 7. A Turkish student's answer to the first problem.

As shown in Figures 6 and 7, these two students were able to provide a correct answer to this problem, which suggests that they had the necessary knowledge and skills to present a solution using the right method, the students took on a good step in the solution, and the students were able to solve the problem by using appropriate steps. For this reason, the students' answers were accepted to be at RSL.

Second problem: This section presents the results of the analysis of the students' responses to the second problem.

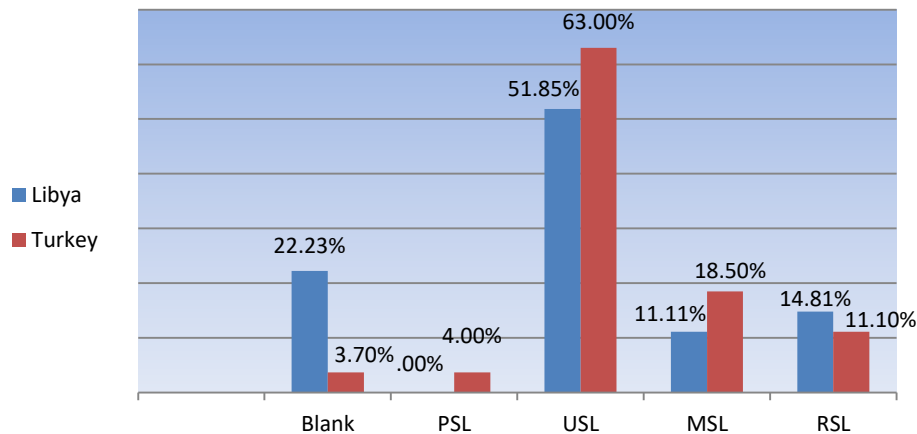


Figure 8. SOLO Taxonomy of the answers to the second problem.

According to the second problem, Figure 8 shows that there were a small number of Libyan students at MSL (n=3) and RSL (n=4). 62.96% of the sample consisted of 17 students at MSL and USL while six participants (22.23%) did not answer the second question. Since the low-level students could reach the pre-structural level of thinking, the proportion of students at this level was higher than the other levels.

Therefore, from this result, it can be said that most of these students were not successful in advancing to the levels of advanced thinking in the second problem.

For the Turkish students, a minority of students (n=3) were at RSL and a small number of students (n=5) were at MSL. Here, it is observed that a total of 22 students with MSL and USL formed 81.50 % of the sample, and only one student (3.70%) failed to respond to this problem. Since low-level students could reach the pre-structural level of thinking, and the proportion of students at this level was higher than the other levels, it can be stated that most of the students could not succeed in progressing toward advanced thinking levels in the second problem. Therefore, the students' answers to this problem cannot be assessed as a product of advanced thinking.

A few students from each of the countries were able to achieve the full answer. We note that the highest percentage of students who answered this question were Libyan students, which can be interpreted as they had a greater understanding of the word problems than the Turkish students. However, this represents a low percentage, which indicates that other students in the Libyan group had difficulty in understanding and translating word problems into mathematical symbols. Besides, there were students who failed to solve the quadratic equation, whose answers could not be assessed as a product of advanced thinking. Below are examples of answers that are accepted at USL, MSL, and RSL.

| We have two consecutive odd numbers. The result of multiplying the two numbers equals 15. What are these numbers? Show how you found your answer.

$$x(x+2) = 15$$

$$x = 3$$

Figure 9. A Libyan student's answer to the second problem.

| Ardışık iki tek sayının çarpımı 15'tir. Bu sayılar nelerdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$x(x+2) = 15$$

$$x = 3$$

Figure 10. A Turkish student's answer to the second problem.

Figures 9 and 10 show that these two students had the knowledge to find the solution and understand translation of word problems into symbols, even though the students took a step forward towards the solution, they did not complete the solution. For this reason, the students' answers are accepted to be at USL.

We have two consecutive odd numbers. The result of multiplying the two numbers equals 15. What are these numbers? Show how you found your answer.

$$(x) \cdot (x+2) = 15$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x - 3)(x + 5) = 0$$

Figure 11. A Libyan student's answer to the second problem.

Ardışık iki tek sayının çarpımı 15'tir. Bu sayılar nelerdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$x \cdot (x+2) = 15$$

3 5

Figure 12. A Turkish student's answer to the second problem.

As shown in Figure 11 and 12, these two students could provide a correct answer to this problem, which suggests that they had the necessary knowledge and skills to present a solution using the right method. The students took on a good step for the solution, and able to use appropriate step but did not complete the solution. For this reason, the students' answers were accepted to be at MSL.

We have two consecutive odd numbers. The result of multiplying the two numbers equals 15. What are these numbers? Show how you found your answer.

$$x(x+2) = 15$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x-3)(x+5) = 0$$

$\therefore x = 3$

$x = -5$ (No)

$\therefore \boxed{3 \times 5 = 15}$

Figure 13. A Libyan student's answer to the second problem.

Ardışık iki tek sayının çarpımı 15'tir. Bu sayılar nelerdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$n(n+2) = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(n+5)(n-3) = 0$$

~~n = -5~~ n = 3

n = 3 n + 2 = 5

$\boxed{3, 5}$

Figure 14. A Turkish student's answer to the second problem.

The answers given in Figures 13 and 14 show that these two students had the necessary knowledge to find the solution and understand word problems. The students took the appropriate steps to achieve the solution and completed the analysis of the quadratic equation. This indicates that the students had the skills to translate the problem presented in words into mathematical symbols and solve the quadratic equation. For this reason, both students' answers were accepted as RSL.

The third problem: This section presents the results of the analysis of the students' responses to the third problem, which is in three parts.

Problem 3 - Part A: Figure 15 shows that most students from both countries could respond to this part of the problem correctly, but the highest percentage belongs to the Turkish students. This can be explained by the ability of most students to understand word problems, the relationship between symbol representations and algebraic laws, and their use in solving equations. Therefore, it can be said that most of the students could progress toward advanced thinking in this problem. The following figures give examples of answers that were accepted at USL and MSL:

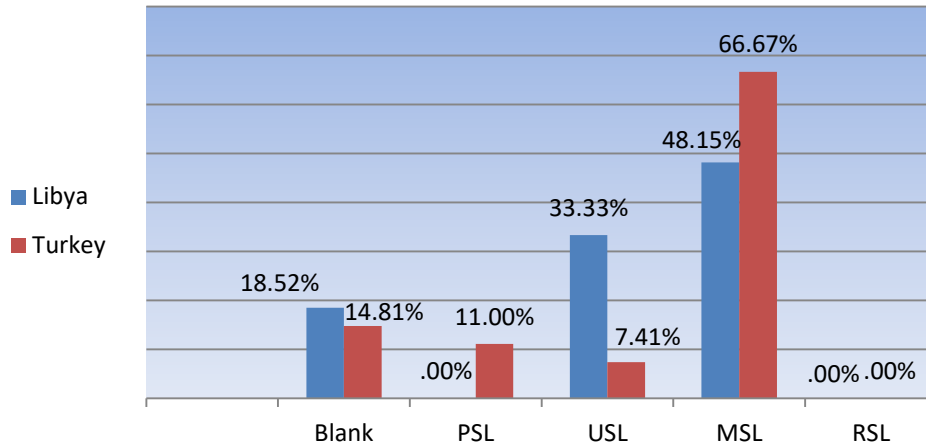


Figure 15. SOLO Taxonomy of the students' answers to the third question: Part A.

(a) Find equation is in the variable x.

$$(2x + 3) \cdot (x + 3) = (2x + 3) \cdot (3x - 5)$$

Figure 16. A Libyan student's answer to third problem- Part A.

(a) x değişkenine bağlı denklemini bulunuz.

$$(x+3) \cdot (x+3) = (x+3)^2$$

Figure 17. A Turkish student's answer to third problem -Part A.

The answers given in Figure 16 and Figure 17, where one step of the question is answered, show that the student expressed the equation algebraically in the variable x, had a correct solution knowledge, but was unaware that the letter used (x) was variable and might have different values. For this reason, student's answer was accepted as at USL.

(a) Find equation is in the variable x.

$$(x+3)(x+3) = (2x+3)(3x-5) \Rightarrow$$

$$x^2 + 6x + 9 = 6x^2 - 10x + 9x - 15$$

$$6x^2 - x^2 - 10x - 6x + 9x - 15 + 9 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 7x - 6 = 0$$

Figure 18. A Libyan student's answer to third problem- Part A.

(a) x değişkenine bağlı denklemini bulunuz.

$$(x+3) \cdot (x+3) = (5x+3) \cdot (3x-5)$$

$$x^2 + 2x + 3x + 9 = 6x^2 - 10x + 9x - 15$$

$$0 = 5x^2 - 7x - 24$$

Figure 19. A Turkish student's answer to third problem -Part A.

Figures 18 and 19 reveal that students from both countries had a good response in translating the example from verbal to symbols and could construct the quadratic equation; therefore, they were at MSL.

Problem 3 - Part B: The analysis of the students' solutions to Part B of the third problem is as follows: 22.23% of the students in the Libyan group answered at PSL, 3.70% at USL, and 11.11% at MSL; those who left this item blank constitute 62.96% of the participants. For the Turkish students, 14.82% of the students responded at PSL, 3.70% at USL, 51.85% at MSL, and 29.63% of the participants left this item blank.

Figure 20 clearly shows that most Libyan students did not answer this problem; thus, only a small proportion of students were able to successfully complete this part. In contrast, the 51.85% of the Turkish students gave correct answer. This shows that the levels of algebraic thinking of Turkish students in terms of analytical thinking skills and solving quadratic equations were better than those of the Libyan students in relation to this problem. It can be said that most of the Turkish students could succeed in advancing toward advanced thinking in quadratic word problems, and their answers to the problem could be assessed as a product of advanced thinking. Below are examples of student solutions at MSL.

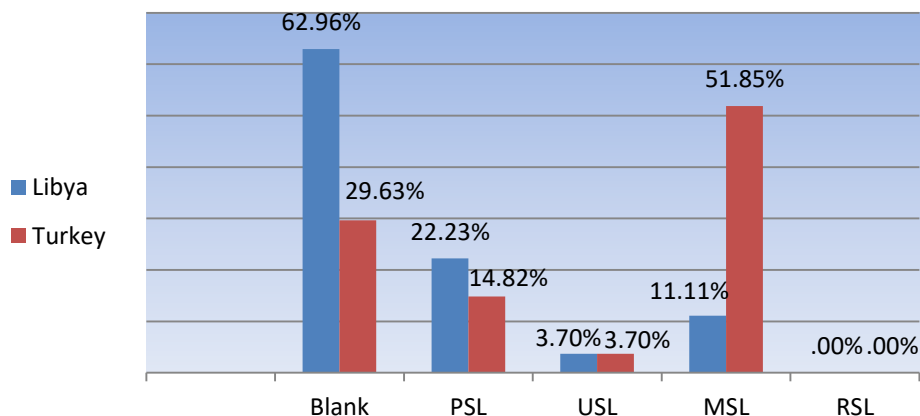


Figure 20. SOLO Taxonomy of the students' answers to the third problem: Part B.

(b) Then find the solution of this equation.

$$5x^2 - 7x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \times 5 \times (-24)}}{2 \times 5} = \frac{-7 \pm \sqrt{529}}{10}$$

$$= 20.88$$

Figure 21. A Libyan student's answer to third problem: Part B.

(b) Bulduğunuz denklemin çözümünü yapınız.

$$5x^2 - 7x - 24 = 0$$

$$\begin{array}{r} 5x \quad + 8 \\ x \quad - 3 \end{array} \quad (5x+8) \cdot (x-3)$$

Figure 22. A Turkish student's answer to third problem: Part B.

The answers given in Figure 21 and Figure 22, where one step of the question is answered, show that the student expressed the equation algebraically in the variable x , had a correct solution knowledge, but was unaware that the letter used (x) was variable and might have different values. For this reason, student's answer was accepted as at USL.

(b) Then find the solution of this equation.

$$5x^2 - 7x - 24 = 0$$

$$(x-3)(5x+8) = 0 \quad \left(x = -\frac{8}{5} \right) \left(x = 3 \right)$$

Figure 23. A Libyan student's answer to third problem: Part B.

(b) Bulduğunuz denklemin çözümünü yapınız.

$$x^2 + 6x + 9 = 6x^2 - x - 15$$

$$5x^2 - 7x - 24 = 0$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ -3 \end{array} \quad \begin{array}{r} (5x+8) \cdot (x-3) \\ 5x = -8 \\ x = -\frac{8}{5} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 3 \end{array}$$

Figure 24. A Turkish student's answer to third problem: Part B.

In Figures 23 and 24, students could solve the second part of the third problem and had experience in using the difference between squares to solve the quadratic equation. After students completed this solution, their answers were considered as at MSL.

Problem 3 - Part C: As seen in Figure 25, the level of the students' solutions related to this part of the problem is as follows: 33.33% of the Libyan students answered at PSL, .00% at USL, 11.11% at MSL, and 55.56% of the participants left this part blank. For the Turkish students, 14.82% answered at PSL, .00% at USL, 51.85% at MSL, and those that left this item blank constituted 33.33% of the participants. Most of the Libyan students did not respond to this part of the problem unlike the Turkish students, of whom 33.33% provided correct answers. Thus, it can be determined in this part of the problem that Turkish students' algebraic thinking levels were better than those of Libyan students. The following are examples of solutions from students at MSL.

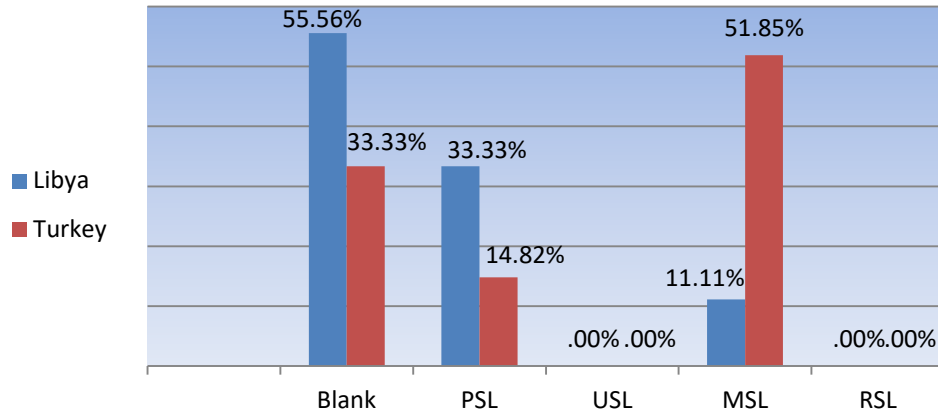


Figure 25. SOLO Taxonomy of the students' answers to the third problem: Part C.

(c) Find a square area.

The area = Length \times width

$$(x+3)(x+3) = (x+3)^2 = (2+3)^2 = 6^2 \Rightarrow 36$$

$$\left(\frac{3}{5} + 3\right)^2$$

Figure 26. A Libyan student's answer to third problem: Part C.

(c) Karenin alanını bulunuz.

$$(x+3)^2 = (3+3)^2 = 6^2 = \underline{\underline{36}}$$

Figure 27. A Turkish student's answer to third problem: Part C.

In Figures 26 and 27, the students had the skills to solve part C of the third problem and had experience in mathematics laws in this area. Having completed the problem, the students' answers were accepted as MSL.

Findings Related to the Second Research Question

This section presents the results of the analysis of the responses of the Libyan and Turkish students to all three problems.

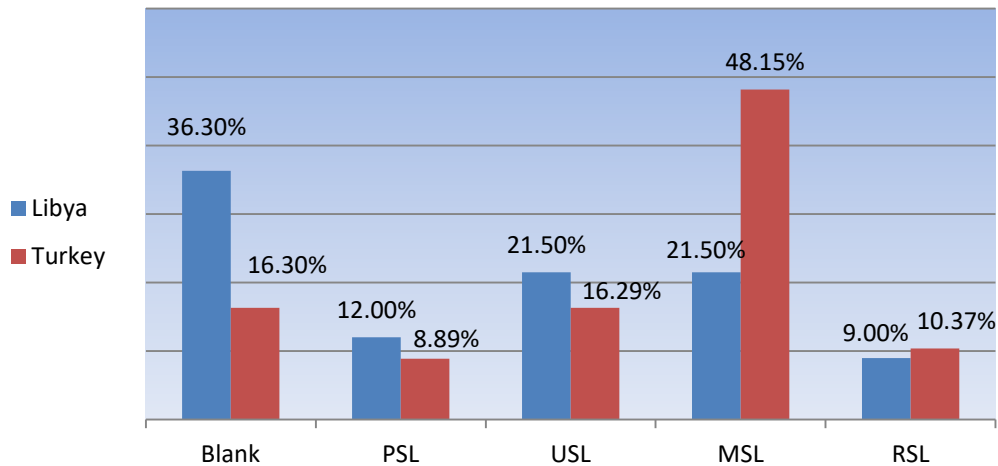


Figure 28. Overall analysis of the responses of the Libyan and Turkish students to the three problems.

Figure 28 shows that 36.30% of those who left problems blank were Libyan students and 16.29% were Turkish students, which were considered as a high percentage especially for Libyan students. This result is due to 1) lack of understanding of the problem, 2) difficulties in translating word problems, or 3) negligence.

Turkish students with thinking level at MSL were predominantly 48.15%. Furthermore, if the blank part in Figure 28 for both countries was eliminated, the levels of Turkish students would be high. For the Libyan students, the figure indicates a distribution close to the symmetry, meaning that the level of students was suitable for the level of the test used in this study; besides, comparing the students of the two countries, the percentage of the Turkish students with thinking levels at MSL and RSL in the problems was greater than the Libyan students. This also explains that Turkish students had higher level of proficiency and skills in solving quadratic word problems.

Discussion, Conclusion and Implications

The objective of this study is to investigate the thinking levels of Libyan and Turkish students based on the SOLO Taxonomy in solving quadratic word problems. 27 Libyan and 27 Turkish students were tested on quadratic word problems and their knowledge and thinking levels were analysed based on SOLO Taxonomy.

Problems analysis by SOLO Taxonomy does not only reveal students' inefficiency or efficiency, but also provides information about their thinking levels and their cognition; thus, SOLO Taxonomy can be used as a tool to measure mathematical thinking levels of students. Moreover, SOLO Taxonomy is used to evaluate the problem-solving procedures of the students and, in addition, their understanding level of the concepts (Lian & Idris, 2006; Pegg & Tall, 2005) within the field of mathematics.

In this study, SOLO Taxonomy provided information about the thinking levels of the students on quadratic word problems. According to the results, 9.00% of the Libyan students were at RSL, 21.50% at MSL, 21.50% at USL, 12.00% at PSL, and 36.30% left the problems blank. For the Turkish students, 10.37% were at RSL, 48.15% at MSL, 16.29% at USL, and 8.89% at PSL, and 16.29% left the problems blank.

The findings and the data analysis concerning the level of student thinking based on SOLO Taxonomy in solving quadratic word problems showed that 36.30% of Libyan students and 16.29% of Turkish students left the problems blank, this means that students failed in translating word problems into mathematical expressions. Lack of comprehension of problem is among the main reasons why students failed in translating word problems into mathematical expression; also, this result of the study coincides

with the study of Zentall and Ferkis (1993). Students' difficulty in visualizing and representing the problem is also one reason of their failure in translating word problems (Angateeah, 2017). Furthermore, the reasons for students not being able to solve problems in this study are that they are careless, unable to think about or understand the problem, and this coincides with the result of Yeo's (2009) study.

In addition, 12.00% of Libyan students had PSL while the proportion of Turkish students who had this level of thinking was 8.89%. Some of these students answered the questions with some variables not included in the problems, meaning that their response was unrelated to the problem (Tindowen, Ramirez & Sales, 2019). In addition, misinterpretation of the problem by students is another reason for failure in solving word problems. The result of this study coincides with the claim that many of students encounter difficulty in solving of problems because they misunderstand some words (Krulik & Rudnick, 1996).

21.50% of Libyan students had USL and while the proportion of Turkish students who had this thinking level was 16.29%. These results show that the students had little or poor knowledge in tackling quadratic word problems even though it is was topic that they have been introduced to in high school. Their weak knowledge in word problems is due to their wrong ideas or misconceptions. The finding is also consistent with Booth (1984).

The findings of the study also support Roslina's (1997) research which reported that the majority low- and intermediate-level students have difficulty in understanding algebraic expressions and performing algebraic operations.

The findings showed that 48.15% of the Turkish students had MSL and 10.37% had RSL, and this is considered as a good result. This indicates that a large proportion of the Turkish students could succeed more in progressing toward advanced thinking in these problems compared to the Libyan students. Students at these levels have a written answer that requires conceptual and operational knowledge. Conceptual and operational information are integral components of each other, and they are essential for superiority of students in mathematics (Hiebert & Carpenter, 1992). In the light of these findings, the ability of students to solve word problems depends on how they translate sentences into mathematical symbols (Bardillion Jr., 2004). The methods used by secondary school students to solve word problems contribute to their understanding and mathematical skills. (Silver, 1992; Verschaffel, Greer & De Corte, 2002). Level of students' understanding of translating sentences into symbols has had an impact on students' achievement in solutions to problems (Vista, 2010).

The study concluded that some students lacked the skill to translate quadratic word problems into mathematical expressions, this is due to;

1. Misinterpretation of the problem,
2. The difficulty of understanding and translating the word problems into mathematical symbols,
3. Inability to understand the problem,
4. Negligence.

Based on Potter and Kustra (2012) PSL should be excluded from the level of thinking because students usually have no idea about subject to learn. In this case, we can say that the findings of the study indicated that a large proportion of the Libyan and Turkish students could succeed in progressing toward advanced thinking in these problems. However, the findings indicated that, compared to the Libyan students, Turkish students were better than Libyan students. In the light of the findings and conclusion derived from the study, the researchers highly recommend the following:

In order to overcome the shortcomings faced by students in solving quadratic word problems, the researchers recommend supporting primary school students so that they develop their thinking skills and improve their mathematical skills by encouraging them to use various representations and

strategies to solve problems. In addition, students' thinking skills should be improved by enabling them to participate in activities that improve their thinking skills. Methods and techniques applied by the teacher in the classroom play an important role in the development of thinking skills; therefore, modern teaching methods should be used to develop thinking skills of students. Curriculum developers and authors should be familiar with students' levels, help students understand verbal expressions by designing examples in mathematics curriculum in a clearer way and create opportunities for students to relate word problems with mathematical ideas and concept. Finally, the researchers also recommend, for further studies, determining the difficulties of students in word problems.

Turkish Version

Giriş

Matematik, insan yaşamının gelişimi ile birlikte büyür. Yaşamın tüm alanlarında temel bir öge olan matematik, günlük yaşam problemlerini çözmeye en önemli temel bilimlerden biridir. Ayrıca, bilimsel gelişimde ve bilimlerin çoğunluğunda, örneğin fizik, biyoloji vb. uygulamalarda temel bir rol oynar. Çeşitli dallarıyla matematik gerekliliktir. Ayrıca doğru düşünme becerilerinin geliştirilmesinde ve yaşam problemleriyle başa çıkma becerilerinde rol oynar. Matematikte sözel problemler matematik ile gerçek olaylar arasında bağlantı kurulmasına aracılık eder (Chassapis, 2010). Sözel problemler, öğrencilerin matematiksel kavramları gerçekçi olaylar üzerinde kullanmalarına yardımcı olur ve matematiği gerçek dünya durumuna bağlar (Barwell, 2011). Sözel problemler, matematiksel araçları kullanma, matematik ile gerçek dünya arasındaki bağlantıyı güçlendirme, yeni kavram ve beceriler geliştirmek için bir platform sağlama ve problem çözme için düşünme ve araştırma olanakları sunmaktadır (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Sözel problemler, öğrencilerin problem çözme bağlamında matematiksel yönergeleri uygulamak için kullandıkları sayı ve sözcüklerden oluşur (Pfannenstiel, Bryant & Porterfield, 2015). Sözel problemler, matematiksel olarak temsil edilemeyen bir problem için metin halinde bilgi sağlar (Rasmussen & King, 2000; Timmermans et al., 2007). Sözel problemleri sembollere çevirmek, mevcut matematik eğitiminde önemli bir rol oynayan sözel problemleri çözmeye inkâr edilemez temel süreçlerden biridir (Boonen, van der Schoot, van Wesel, de Vries, & Jolles 2013; Timmermans, Van Lieshout & Verhoeven, 2007).

Literatür, ortaöğretim okullarındaki pek çok öğrencinin sözel problemleri çözmeye, matematiksel kavram ve becerileri anlamada yetersiz olduğunu göstermektedir (KNEC, 2007; MOEST, 2001). Ayrıca, bu, ilkokul öğrencileri için en zor şeylerden biri gibi görünmektedir (Bardillion, Jr. 2004). Zawaiza ve Gerber (1993) tarafından yapılan bir çalışmada yazarlar, problemin dilini matematiksel olarak ifade eden kavramlara çevirmenin, hesaplamalardaki hataların ve çözümün planlanmasının öğrencilerin sözel problemleri çözmeye karşılaştıkları güçlükler arasında olduğunu ortaya koymuştur. Buna ek olarak, cebirsel sembollerin anlamını bilme eksikliği, metinlerin yanlış yorumlanması ve metin ifadelerini matematiksel denklemlere çevirme zorlukları, sözel problemlerin çözüm sürecinde karşılaşılan zorluklar arasındadır (Ng & Lee, 2009). Cruz ve Lapinid (2014) tarafından yapılan araştırma dikkatsizlik, yanlış anlama ve nadir bulunan kelimelerin öğrencilerin sözel problemleri çevirmeye karşılaştıkları zorluklardan bazıları olduğunu ortaya koymuştur. Birçok çalışma başarısız öğretimin bu sebeplerden biri olduğunu gösterirken (Bernardo, 1999), bazıları ise dil bilgisi eksikliğini öne sürmektedir (Bernardo, 2002). Yeo (2009) bazı öğrencilerin problemi çözmek için yavaş hareket ettiğini, bazılarının problemi matematiksel formata çeviremediğini, bazılarının problemi çözmekte zorlandıklarını, çünkü problemi anlamadıkları veya zor bulduklarını tespit etmiştir. Tindowen, Ramirez ve Sales (2019) tarafından yapılan başka bir çalışmada ise yazarlar, anlama eksikliğinin, kelime eksikliğinin, yanlış işlem kullanımının, değerlerin birbirinin yerine geçmesinin ve dikkatsizliğin öğrencilerin problem çözmeye karşılaştıkları güçlükler olduğu sonucuna varmışlardır.

Bazı öğrenciler sözel problemleri çözmekte zorlanırlar. Ancak; öğrencilere verilen problem belirli sayı ve denklemlere sahipse, onlar için bu kolaydır. Gooding (2009), öğrencilerin bu tür problemleri çözme stratejileri hakkında bilgi edinmeleri ve beceri kazanmaları için sözel problemleri çözme pratiği yapmalarını önermektedir. Polya'ya (1957) göre, sözel problemler önemli beceriler arasındadır ve öğrenciler bu problemleri çözerken motive olarak ve başkalarının yaptıklarını taklit ederek bu tür problemleri çözme yöntemlerini öğreneceklerdir. Bernadette (2009) tarafından yapılan bir başka çalışmada, öğrencilerin problem çözmeye karşılaştıkları güçlüklerin üstesinden gelmelerine yardımcı olabilecek en önemli stratejiler şu şekilde bildirilmiştir: gruplar halinde problem çözme stratejileri üzerine tartışma, problem çözmek için oyun kullanma ve sözel problemlerin grafiksel gösterimlerini sunma.

Aniano (2010), sözel problemleri sembollere çevirmedeki zorluk seviyesinin öğrencilerin problem çözme becerilerini belirleyen faktörlerden biri olduğunu bildirmiştir. Öğrencilerin cümleleri sembollere çevirmeyi anlama düzeylerinin, öğrencilerin sorunlara çözüm üretmedeki başarılarını etkilediği, Vista (2010) tarafından desteklenmektedir.

Literatürdeki birçok çalışma, sözel problemlere ve bu tür problemlerin çözümünde öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların belirlenmesine odaklanmıştır. Bu nedenle, sözel problemleri çözme konusundaki ana zorluğun, problemin ifadesini anlamak olduğu anlaşılmıştır (Boonen et al., 2013; Lee, Ng, & Ng, 2009; Thevenot, 2010). Bunun yanında öğrenciler sorunu çözmeye çalışmadan önce problemin tam olarak gelişmesine ihtiyaç duyarlar (Swanson, Orosco & Lucier, 2014). Öğrencilerin sözel problemleri çözmeye yaratıcı olmaları için onlara problem çözme pratiğinin yanı sıra öğretme yoluyla doğru işlemleri ve yöntemleri kullanmalarını sağlamak gerekir. Böylece, öğrenciler bu tür bir problemi çözmeye daha yüksek düşünme düzeyi elde edeceklerdir. Bu nedenle, ortaöğretimdeki öğrencilerin sözel problemleri çözme becerisine sahip olup olmadıklarını belirlemeye ihtiyaç vardır. Öğrencilerin bir konuyu veya kavramı doğru anlayıp anlamadıklarını ölçmek zordur. Dolayısıyla matematik öğretiminde ölçme yöntemlerinin kullanılması yönünde artan bir eğilim vardır (İncikabı & Sancar-Tokmak, 2012). Gözlemlenebilen Öğrenme Çıktılarının Yapısı (SOLO) modeli, öğrencilerin bilgilerini değerlendirmek için kullanılan bir taksonomidir (Biggs & Collis, 1991; Pegg & Tall, 2005). SOLO Taksonomisi, öğrencilerin problemleri cevaplama becerisini aşağıdaki beş seviyeden oluşan hiyerarşide sıralamak için kullanılır. Yapı öncesi (en düşük seviye), tek yönlü yapı, çoklu yönlü yapı, ilişkilendirilmiş yapı ve soyutlanmış yapı (en üst seviye) (Jimoyiannis, 2013). Matematikte SOLO Taksonomisi'ni literatürde farklı düzeylerde kullanan birçok çalışma vardır (Lam & Foong, 1996; Pegg & Coady, 1993). Daha önce yapılan pek çok çalışma, eğitimde SOLO Taksonomisi'nin uygulanmasının öğrencilerin cevapları daha iyi belirlemelerine ve hazırlamalarına yardımcı olduğunu göstermiştir (Putri, Mardiyana & Saputro, 2017). Yukarıdan anlaşıldığı üzere, SOLO Taksonomisi matematik eğitimi alanındaki çeşitli konularda kullanılmaktadır.

Bu çalışma Libyalı ve Türk öğrencilerin düşünme düzeylerini SOLO Taksonomisi'ne dayanarak ikinci dereceden sözel problemleri çözme açısından incelemeyi amaçlamıştır. Belirtilen amaç doğrultusunda, araştırmada aşağıda verilen araştırma sorularına yanıtlar arandı:

1. SOLO Taksonomisi'ne göre, ikinci dereceden ve bir değişkenli sözel problemleri çözerken Libyalı ve Türk öğrencilerin düşünme düzeyleri nelerdir?
2. İkinci dereceden ve bir değişkenli sözel problemler SOLO Taksonomisi'ne dayalı olarak incelendiğinde Libyalı ve Türk öğrencilerin düşünme düzeyleri arasında bir fark var mıdır?

Yöntem

Araştırma deseni

Çalışmada, doğası gereği betimsel olduğundan, katılımcı grubun tutumlarını, başarılarını ve fikirlerini belirlemek için kullanılan, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan, durum çalışması yaklaşımı kullanılmıştır (Schumacher & McMillan, 2006). Öğrencilerin ikinci dereceden sözel problemlere uyguladıkları çözme becerileri, geliştirilen ölçme aracı ile elde edilen cevaplara göre analiz edilmiştir. Öğrencilerin düşünme becerilerini açıklamak ve incelemek için SOLO Taksonomisi kullanılmıştır. İngilizce ve Türkçe olarak hazırlanan ölçme aracından elde edilen nitel veriler analiz edilmiştir.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları, Libya-Trablus'taki bir lisede öğrenim gören 27 Libyalı ve Türkiye-Kastamonu'daki bir lisede öğrenim gören 27 Türk öğrenciden oluşmuştur. Çalışma, 2017-2018 eğitim öğretim yılı bahar döneminde yapılmıştır. Okullar araştırma için kapılarını açmaya istekli olduklarından, katılımcı örneklemede uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır (Patton, 1987). Bu öğrenciler liseyi bitirmek üzere olduklarından, ikinci dereceden sözel problemleri daha önceden derslerinde konu olarak işlemişlerdir. Dolayısıyla bu çalışmada sorulan soruları çözmek için ikinci dereceden sözel problemler hakkında bilgileri vardı. Bu nedenle ikinci dereceden sözel problemler hakkında yeterli bilgiye sahip oldukları varsayılmıştır.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada, veri toplama aracı olarak öğrencilere ikinci dereceden sözel problemlere ilişkin üç soruluk test uygulanmıştır (Tablo 1). Çalışmanın verileri bu test ile elde edilmiştir. Test, öğrencilerin ikinci dereceden sözel problemler konusunu tamamladıkları 2018 baharında gerçekleştirildi.

Tablo 1.

Test Problemleri.

1. Bir dikdörtgenin uzunluğu genişliğinden 5 cm daha büyük. Alanın 36'ya eşit olduğunu biliyorsak, dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği nedir?
2. İki ardışık tek sayımız var. İki sayının çarpımının sonucu 15'e eşittir. Bu sayılar nedir? Cevabı nasıl bulduğunuzu gösteriniz.
3. Bir kenar uzunluğu $(x + 3)$ olan bir kare ile kenarının uzunlukları $(2x + 3)$ ve $(3x - 5)$ olan dikdörtgen aynı alana sahiptir.
 - a. x değişkenine bağlı olan denklemini bulunuz
 - b. (a) bölümündeki denklemin çözümünü bulunuz
 - c. Karenin alanı bulunuz

Testteki her bir araştırma sorusu öğrencilerin düşüncelerini yansıtacak şekilde tasarlanmıştır. Soruların dil, seviye ve içerik açısından uygun ve geçerli olup olmadığını belirlemek için matematik eğitimi alanındaki akademisyenlerin görüşleri alınmıştır. Testten elde edilen verilerin güvenilirliği için, kodlayıcılar arasındaki uyumluluk gözönünde bulundurulmuştur. Öğrencilerin cevapları iki denetleyici tarafından bağımsız olarak kodlandıktan sonra, Cohen'in Kappa uyum katsayısı hesaplanmıştır. Cohen'in kapa katsayısının sonuçları .81'dir. Kodlayıcı analizinin tutarlılığının ölçülmesi ile ilgili bu sonucun yeterli olduğu düşünülmektedir.

Veri Analizi

Bu çalışmada öğrencilerin cevapları SOLO Taksonomisi'ne ve betimleyici araştırma yöntemine göre analiz edilmiştir. Öğrencilerin cevapları detaylı bir şekilde incelenmiş, ikinci dereceden sözel problemlere ilişkin düşünme düzeyleri SOLO Taksonomisi'ne dayanarak analiz edilmiştir. SOLO Taksonomisi'nin düşünme düzeyleri ve bu değerlendirmelerin nasıl yapıldığı, Tablo 2'de açıklanmıştır.

Tablo 2.

SOLO Taksonomisi'ne Dayanan Her Seviye İçin Değerlendirmeler..

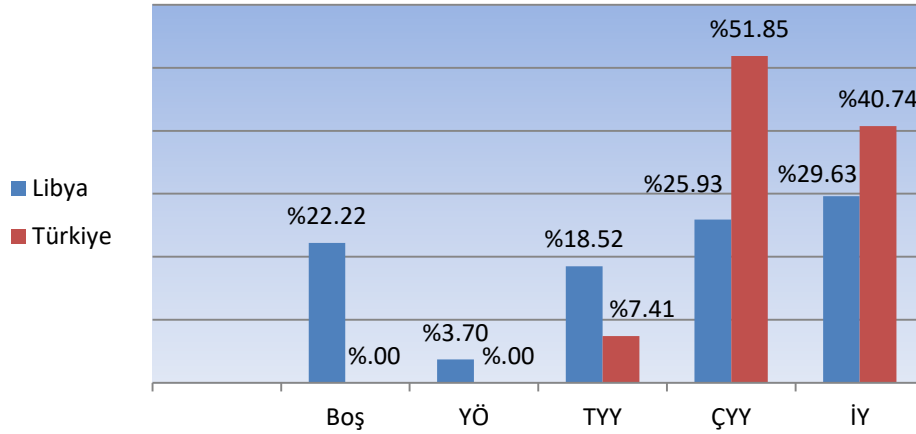
No	Düzyerler	Gösterge
1	Yapı Öncesi	<ul style="list-style-type: none"> • Öğrenci problemi anlayamaz. • Öğrencinin bilgisi yoktur. • İlgisiz cevaplar vermiştir. • Problemi çözmek anlamsızdır. • Genellikle öğrencilerin verdiği cevaplar istenen cevaplarla ilgili değildir. • Problemi yanlış yorumlar.
2	Tek Yönlü Yapı	<ul style="list-style-type: none"> • Öğrencinin problemi anlama yetisi sınırlıdır. • Öğrenci genellikle problemin bir yönüne odaklanır. • Öğrenci bir ilişki kurabilir ama çok sınırlıdır.
3	Çok Yönlü Yapı	<ul style="list-style-type: none"> • Öğrenci daha karmaşık bir ilişki kurabilir. • Öğrenci, problemin birden fazla yönünü kullanır ancak bu yönleri birbirleriyle ilişkilendiremez.
4	İlişkilendirilmiş Yapı	<ul style="list-style-type: none"> • Öğrenci ilişkiyi genelleştirebilir. • Öğrenci ilişki için bir kural ya da formül verir. • Öğrenci problemin cevabına ilişkin tüm yönleri anlar ve bu yönleri ilişkilendirebilir.
5	Soyutlanmış Yapı	<ul style="list-style-type: none"> • Öğrenci yeni şeyler yaratır. • Öğrenci problemin çözümüne ulaşmanın ötesine geçip yeni bir strateji geliştirir.

Bulgular

Bu bölümde, Libyalı ve Türk öğrencilerin cevapları SOLO Taksonomisi'ne göre analiz edilmiş, elde edilen sonuçlar öğrencilerden alınan örneklerle grafikler halinde sunulmuştur. Her iki ülkeden de her seviye için en az bir örnek verilmiştir. Örnekler diğer benzer çözümleri temsil etmek için dikkatlice seçilmişlerdir.

Birinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Bu bölümde, öğrencilerin birinci araştırma sorusuna verdikleri yanıtların analizinin sonuçları sunulacaktır.



Şekil 1. Birinci araştırma sorusunun cevabının SOLO Taksonomisi.

Şekil 1, Libya'daki sekiz öğrencinin ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde (İY) ve yedi öğrencinin de çok yönlü yapı düzeyindedir (ÇYY) olduğunu göstermektedir. Katılımcıların % 3.70'i (n = 1) yapı öncesi (YÖ) ve % 18.52'si (n = 5) tek yönlü yapı (TYT) düşünme düzeyine sahipken, geri kalan % 22.22'si problemi çözmemişlerdir. Burada, YÖ'de yalnızca bir öğrencinin olduğu ve öğrencilerin yanlış yorumlamaları nedeniyle problemi çözemedikleri görülmektedir. TYT grubundaki beş öğrencinin problemin gereklerine ilişkin sınırlı bir kavrayışa sahip olduğu ve problemin yalnızca bir yönüne odaklandığı tespit edilmiştir. ÇYY'deki yedi öğrenci, cevaplarında problemin farklı yönlerini ortaya koymuş ancak anlamlı bir sonuç üretmeyi başaramamışlardır. İY'deki kalan sekiz öğrencinin verdikleri cevaplar uygun ve tutarlıdır.

Öğrencilerin birinci probleme verdikleri yanıtların analizinden elde edilen sonuçlara dayanarak, Libyalı öğrencilerin çoğunun ileri düşünme düzeylerine doğru ilerlemede başarılı olabileceği söylenebilir. SOLO Taksonomisi düşünme seviyelerine dayanarak, yüksek düzeyde anlama yetisine sahip öğrenciler ilişkilendirilmiş yapı aşamasına, ortalama anlayışa sahip olanlar çok yönlü yapı aşamasına ulaşabilir. Ancak, anlama yetisi düşük olan öğrenciler yalnızca yapı öncesi düşünme düzeyine veya muhtemelen tek yönlü yapı düzeyine ulaşabilir görünmektedirler.

Şekil 1'e bakıldığında, İY'de 11 Türk öğrenci, ÇYY'de 14 öğrenci, TYT'de de 2 öğrenci bulunmakta, bu araştırma sorusunu boş bırakan öğrenci hiç yoktur. Bununla birlikte, TYT grubundaki öğrencilerin, araştırma sorusuyla ilgili gereksinimler konusunda sınırlı bir kavrayışa sahip oldukları ve sorunun sadece bir yönüne odaklandıkları görülmektedir. ÇYY'de olup, cevaplarında problemin farklı yönlerini ortaya koyan 14 öğrenci vardır; ancak anlamlı bir sonuç üretememişlerdir. İY'de olup verilen bilgilerle uyumlu ve tutarlı cevaplar sunan 11 öğrenci (n = 11) bulunmaktadır.

Türk öğrencilerin sonuçlarına bakıldığında bu problemde ileri düşünme seviyelerine ilerlemede çoğunun başarılı olabileceği söylenebilir. SOLO Taksonomisi'ne göre, yüksek düzeyde bir anlama yetisine sahip öğrencilerin ilişkilendirilmiş yapı aşamasına erişebildikleri, ortalama bir anlama yetisi olanların çok yönlü yapı aşamasına ulaşabileceği ve düşük bir anlama yetisine sahip olan öğrencilerin tek yönlü yapı düzeyine ulaşabileceği sonucuna varılmıştır.

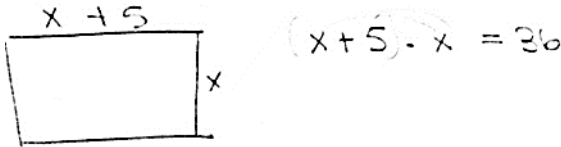
Birinci araştırma sorusu gözönünde bulundurulduğunda, hem Libyalı hem de Türk öğrencilerin TYY, ÇYY ve İY düzeylerine ulaşabildikleri bulgulanmıştır. Bununla birlikte, bazı Türk öğrenciler, Libyalı öğrencilerden daha yüksek bir düşünce düzeyi göstermişlerdir. Bu, Türk öğrencilerin sözel problemlerde Libyalı öğrencilerden daha iyi oldukları şeklinde yorumlanabilir. Aşağıdaki örnekler, TYY, ÇYY ve İY’de kabul edilebilir cevaplardan bazılarıdır:

The length of a rectangle is 5cm greater than its width. If we know the area is equal to 36 cm^2 , what is the length and width of the rectangle?

$$X(X+5) = 36$$

Şekil 2. Libyalı bir öğrencinin birinci araştırma sorusuna verdiği cevap.

Bir dikdörtgenin uzunluğu genişliğinden 5 cm daha büyüktür. Alanın 36 cm^2 'ye eşit olduğunu biliyorsak, dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği nedir?



Şekil 3. Bir Türk öğrencinin birinci araştırma sorusuna verdiği cevap.

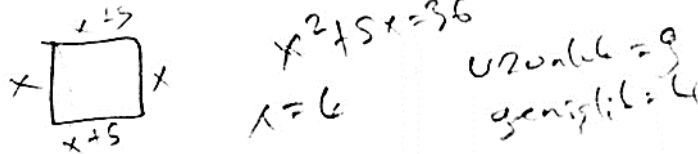
Şekil 2 ve 3'te verilen cevaplar, bu iki öğrencinin çözümü bulma bilgisine sahip olduğunu ve sözel problemleri sembollere çevirme anlayışına sahip olduklarını, ancak öğrencilerin çözüme yalnızca bir adım uzaklıkta olsalar da çözümü tamamlayamadıklarını göstermektedir. Bu nedenle, öğrencilerin cevapları TYY'de kabul edilmiştir.

The length of a rectangle is 5cm greater than its width. If we know the area is equal to 36 cm^2 , what is the length and width of the rectangle?

$$(x) \cdot (x+5) = 36$$
$$x^2 + 5x = 36$$
$$x^2 + 5x - 36 = 0$$

Şekil 4. Libyalı bir öğrencinin birinci araştırma sorusuna verdiği cevap.

Bir dikdörtgenin uzunluğu genişliğinden 5 cm daha büyüktür. Alanın 36 cm^2 'ye eşit olduğunu biliyorsak, dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği nedir?



Şekil 5. Bir Türk öğrencinin birinci araştırma sorusuna verdiği cevap.

Şekil 4 ve 5'te gösterildiği gibi, bu iki öğrenci birinci araştırma sorusuna doğru cevap sunabilmişlerdir. Bu da doğru yöntemi kullanarak bir çözüm sunmak için gerekli bilgi ve becerilere sahip olduklarını göstermektedir. Öğrenciler çözüm için iyi bir adım atmışlar ancak çözümü tamamlayamamışlardır. Bu nedenle öğrencilerin cevapları ÇYY'de kabul edilmiştir.

Suppose width x
 \therefore Length $x + 5$
 $x(x + 5) = 36$
 $x^2 + 5x - 36 = 0$
 $(x + 9)(x - 4) = 0$

$x + 9 = 0$
 Because the length is n't negative
 $x = -9$
 $x - 4 = 0$
 $x = 4$
 width + Length = $4 + 5 = 9$

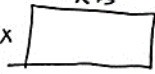
Şekil 6. Libyalı bir öğrencinin birinci araştırma sorusuna verdiği cevap.

) Bir dikdörtgenin uzunluğu genişliğinden 5 cm daha büyüktür. Alanın 36 cm^2 'ye eşit olduğunu biliyorsak, dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği nedir?

$(x+5) \cdot x = 36$
 $x^2 + 5x = 36$

$x^2 + 5x - 36 = 0$
 $x \quad +9$
 $x \quad -4$
 $x = -9$
 $x = +4$

genişliği = 4
 uzunluğu = 9

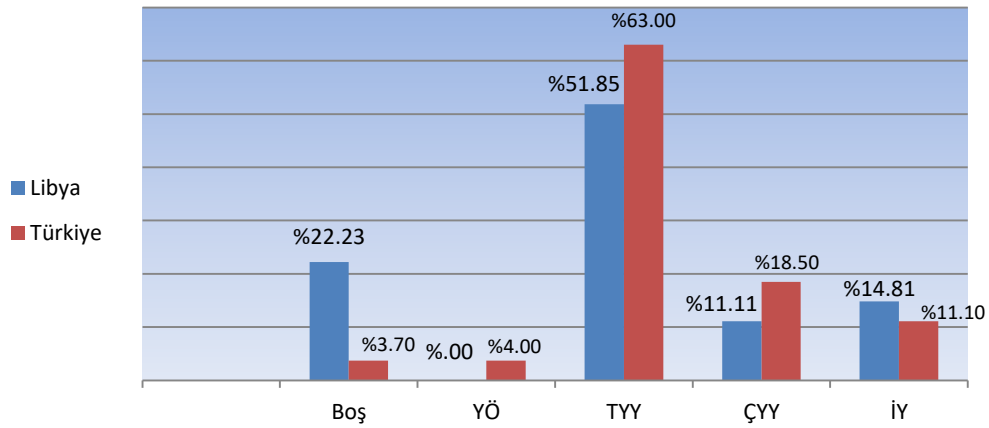


Şekil 7. Bir Türk öğrencinin birinci araştırma sorusuna verdiği cevap.

Şekil 6 ve 7'de görüldüğü gibi, bu iki öğrenci birinci araştırma sorusuna doğru cevap verebilmişlerdir. Bu da doğru yöntemi kullanarak bir çözüm sunmak için gerekli bilgi ve beceriye sahip olduklarını, öğrencilerin çözüme doğru iyi bir adım attıklarını ve uygun adımları kullanarak birinci araştırma sorusunu çözebildiklerini göstermektedir. Bu nedenle öğrencilerin cevapları İY'de kabul edilmiştir.

İkinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Bu bölüm, öğrencilerin ikinci probleme verdikleri yanıtların analizinin sonuçlarını içermektedir.



Şekil 8. İkinci araştırma sorunun cevabının SOLO Taksonomisi.

İkinci araştırma sorusuna göre Şekil 8, ÇYY (n=3) ve İY'de (n=4) az sayıda Libyalı öğrenci olduğunu göstermektedir. Örneklemin %63.00'ü TYT ve TYT'deki 17 öğrenciden oluşurken, altı katılımcı (%22.23) ikinci soruya cevap verememiştir. Düşük seviyeli öğrenciler, YÖ düşünme düzeyine erişebildiklerinden, bu düzeydeki öğrencilerin oranı diğer düzeydekilerden daha yüksektir. Bu nedenle, bu sonuçtan, bu öğrencilerin çoğunun ikinci araştırma sorusunda ileri düşünme düzeylerine ilerlemede başarılı olamadıkları söylenebilir. Türk öğrencilerde ise, çok az sayıda öğrenci (n = 3) İY'de ve yine az sayıda öğrenci (n = 5) ÇYY'de bulunmaktadır. Burada, ÇYY'den ve TYT'den toplam 22 öğrencinin örneklemin % 81.50'ini oluşturduğu ve sadece bir öğrencinin (% 3.70) bu probleme cevap veremediği görülmektedir.

İkinci araştırma sorusunda düşük seviyeli öğrencilerin, YÖ düşünme düzeyine ulaşabildikleri ve bu düzeydeki öğrencilerin oranı diğer düzeydekilere göre daha yüksek olduğu için, öğrencilerin çoğunun ileri düşünme düzeylerine ilerlemede başarılı olamadıkları söylenebilir. Bu nedenle, öğrencilerin bu probleme verdikleri cevaplar, ileri düşünme ürünü olarak değerlendirilemez.

Her iki ülkeden de birkaç öğrenci tam cevaba ulaşmayı başarmıştır. Bu soruya cevap veren öğrencilerin en yüksek yüzdesinin Libyalı öğrencilerde olduğu dikkat çekmiştir, bu da sözel problemleri Türk öğrencilerden daha iyi anladıkları şeklinde yorumlanabilir. Ancak bu, düşük bir yüzdeyi temsil ediyor ve Libya grubundaki diğer öğrencilerin sözel problemleri anlama ve matematiksel sembollere çevirmede zorluk yaşadıkları bulgusunu değiştirmiyor. Ayrıca ikinci dereceden denklemi çözemeyen, cevapları ileri düşünme ürünü olarak değerlendirilemeyen öğrenciler de vardır. Aşağıda, TYY, ÇYY ve İY'de kabul edilen cevaplara örnekler verilmiştir:

I We have two consecutive odd numbers. The result of multiplying the two numbers equals 15. What are these numbers? Show how you found your answer.

$$x(x+2) = 15$$
$$x = 3$$

Şekil 9. Bir Libyalı öğrencinin ikinci araştırma sorusuna cevabı.

I Ardışık iki tek sayının çarpımı 15'tir. Bu sayılar nelerdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$x(x+2) = 15$$
$$x = 3$$

Şekil 10. Bir Türk öğrencinin ikinci araştırma sorusuna cevabı.

Şekil 9 ve 10'da verilen cevaplar, bu iki öğrencinin çözümü bulma ve sözel problemlerin sembollere dönüştürülmesi bilgisine sahip olduğunu göstermektedir. Ancak, çözüme doğru bir adım atmış olsalar da, öğrencilerin çözümü tamamlayamadıkları görülmektedir. Bu nedenle, öğrencilerin cevapları TYY'de kabul edilmiştir.

We have two consecutive odd numbers. The result of multiplying the two numbers equals 15. What are these numbers? Show how you found your answer.

$$(x) \cdot (x+2) = 15$$
$$x^2 + 2x - 15 = 0$$
$$(x-3)(x+5) = 0$$

Şekil 11. Bir Libyalı öğrencinin ikinci araştırma sorusuna cevabı.

Ardışık iki tek sayının çarpımı 15'tir. Bu sayılar nelerdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$x \cdot (x+2) = 15$$

4 5
3

Şekil 12. Bir Türk öğrencinin ikinci araştırma sorusuna cevabı.

Şekil 11 ve 12'de gösterildiği gibi, bu iki öğrenci ikinci araştırma sorusuna doğru cevap verebilmişlerdir. Bu da doğru yöntemi kullanarak bir çözüm sunmak için gerekli bilgi ve becerilere sahip olduklarını göstermektedir. Öğrenciler çözüm için iyi bir adım atmışlar ancak çözümü tamamlayamamışlardır. Bu nedenle öğrencilerin cevapları ÇYY'de kabul edilmiştir.

We have two consecutive odd numbers. The result of multiplying the two numbers equals 15. What are these numbers? Show how you found your answer.

$$x(x+2) = 15$$
$$x^2 + 2x - 15 = 0$$
$$(x-3)(x+5) = 0$$

$\therefore x = 3$
 $x = -5$ (No)
 $\therefore 3 \times 5 = 15$

Şekil 13. Bir Libyalı öğrencinin ikinci araştırma sorusuna cevabı.

Ardışık iki tek sayının çarpımı 15'tir. Bu sayılar nelerdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$n(n+2) = 15$$
$$n^2 + 2n - 15 = 0$$
$$(n+5)(n-3) = 0$$

~~$n = -5$~~ $n = 3$

$n = 3$ $n + 2 = 5$
3, 5

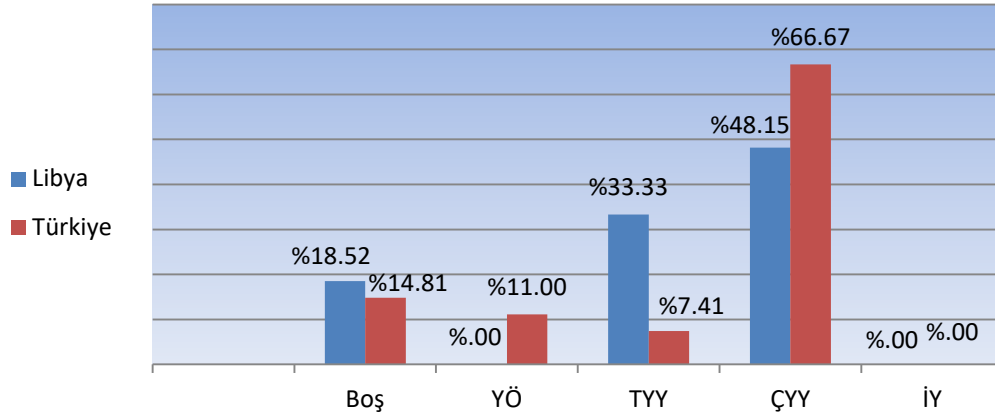
Şekil 14. Bir Türk öğrencinin ikinci araştırma sorusuna cevabı.

Şekil 13 ve 14'te verilen cevaplar, bu iki öğrencinin çözümü bulmak için gerekli bilgiye sahip olduğunu ve sözel problemleri anladıklarını göstermektedir. Öğrenciler çözümü elde etmek için uygun adımları atıp, ikinci dereceden denklemin analizini tamamlamışlardır. Bu durum, öğrencilerin kelimelerle sunulan problemi matematiksel sembollere çevirme ve ikinci dereceden denklemi çözme becerisine sahip olduklarını göstermektedir. Bu nedenle, her iki öğrencinin de yanıtları İY olarak kabul edilmiştir.

Üçüncü Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Bu bölümde, öğrencilerin üç bölümden oluşan üçüncü probleme verdikleri yanıtların analizinin sonuçlarını sunulmuştur.

Şekil 15, her iki ülkeden öğrencilerin çoğunun üçüncü araştırma sorusunun a) şikkına doğru cevap verebildiğini, ancak en yüksek oranın Türk öğrencilere ait olduğunu göstermektedir. Bu, çoğu öğrencinin sözel problemleri, sembol gösterimleri ile cebirsel yasalar arasındaki ilişkiyi ve denklem çözme konusundaki kullanımları anlayabilme yetisiyle açıklanabilir. Bu nedenle, öğrencilerin çoğunun bu problemde ileri düşünme seviyelerine doğru ilerleyebileceği söylenebilir. Aşağıdaki cevaplar, TYY ve ÇYY'de kabul edilen cevaplara örneklerdir:



Şekil 15. Üçüncü araştırma sorusu a) şikkının cevaplarının SOLO Taksonomisi.

(a) Find equation is in the variable x.

$$(2x + 3) \cdot (x + 3) = (2x + 3) \cdot (3x - 5)$$

Şekil 16. Libyalı bir öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun a) şikkına verdiği cevap.

(a) x değişkenine bağlı denklemini bulunuz.

$$(x+3) \cdot (x+3) = (x+3)^2$$

Şekil 17. Bir Türk öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun a) şikkına verdiği cevap.

Sorunun a) şikkının cevaplandığı Şekil 16 ve Şekil 17'de verilen cevaplar, öğrencilerin, denklemini x değişkenine göre cebirsel olarak ifade ettiklerini, doğru bir şekilde çözüm bilgisine sahip olduklarını, ancak kullanılan harfin (x) değişken olduğundan ve farklı değerlere sahip olabileceğinden habersiz olduklarını göstermektedir. Bu nedenle, öğrencilerin cevabı TYY düzeyinde kabul edilmektedir.

(a) Find equation is in the variable x.

$$\begin{aligned} (x+3)(x+3) &= (2x+3)(3x-5) \Rightarrow \\ x^2 + 6x + 9 &= 6x^2 - 10x + 9x - 15 \\ 6x^2 - x^2 - 10x - 6x + 9x - 15 + 9 &= 0 \Rightarrow 5x^2 - 7x - 24 = 0 \end{aligned}$$

Şekil 18. Libyalı bir öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun a) şikkına verdiği cevap.

(a) x değişkenine bağlı denklemini bulunuz.

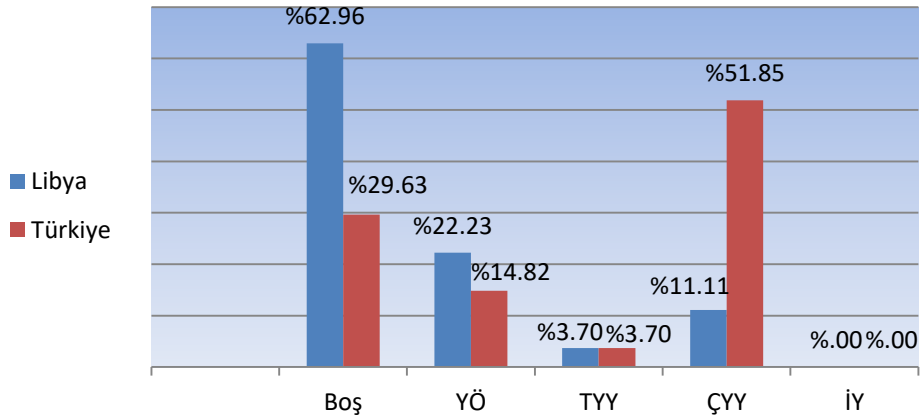
$$(x+3) \cdot (x+3) = (5x+3) \cdot (3x-5)$$

$$x^2 + 3x + 3x + 9 = 6x^2 - 10x + 9x - 15$$

$$0 = 5x^2 - 7x - 24$$

Şekil 19. Bir Türk öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun a) şikkına cevap.

Şekil 18 ve 19, her iki ülkeden öğrencilerin, örneği sözelden sembollere çevirme konusunda iyi bir yanıt verdiklerini ve ikinci dereceden denklemini oluşturabildiklerini göstermektedir; bu nedenle ÇYY'de oldukları kabul edilmiştir.



Şekil 20. Üçüncü araştırma sorusunun b) şikkının cevaplarının SOLO Taksonomisi.

Öğrencilerin üçüncü araştırma sorusunun b) şikkına ilişkin çözümlerinin analizi şu şekildedir: Libya grubundaki öğrencilerin %22.23'ü YÖ'de, % 3.70'i TYY'de, %11.11'i ÇYY'de cevap vermiştir. Bu şikkı boş bırakanlar ise katılımcıların %62.96'sını oluşturmuştur. Türk öğrencilerin %14.82'si YÖ'de, % 3.70'i TYY'de, %51.85'i ÇYY'de yanıt vermiş ve katılımcıların %29.63'ü boş bırakmıştır.

Şekil 20, Libyalı öğrencilerin çoğunun üçüncü araştırma sorusunun b) şikkına cevap vermediğini açıkça göstermektedir; bu nedenle, öğrencilerin sadece küçük bir kısmı bu şikkı başarıyla tamamlayabilmiştir. Buna karşılık, Türk öğrencilerin %51.85'i doğru cevap vermiştir. Bu, Türk öğrencilerin analitik düşünme becerileri ve ikinci dereceden denklemlerin çözümü açısından cebirsel düşünme düzeylerinin, bu problemle ilgili olarak Libyalı öğrencilerden daha iyi olduğunu göstermektedir. Türk öğrencilerin çoğunun ikinci dereceden sözel problemlerde ileri düşünme seviyelerine doğru ilerlemeyi başarabildiklerini ve problemin cevaplarının ileri düşünmenin bir ürünü olarak değerlendirilebileceği söylenebilir. Aşağıda, ÇYY'de öğrenci çözümlerine örnekler verilmiştir.

(b) Then find the solution of this equation.

$$5x^2 - 7x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \times 5 \times (-24)}}{2 \times 5} = \frac{-7 \pm \sqrt{529}}{10}$$

$$= 20.88$$

Şekil 21. Libyalı bir öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun b) şikkına verdiği cevap.

(b) Bulduğunuz denklemin çözümünü yapınız.

$$5x^2 - 7x - 24 = 0$$
$$\begin{array}{ccc} 5x & + 8 & (5x+8) \cdot (x-3) \\ x & - 3 & \end{array}$$

Şekil 22. Bir Türk öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun b) şikkına verdiği cevap.

Sorunun b) şikkının cevaplandığı Şekil 21 ve Şekil 22'de verilen cevaplar, öğrencilerin denklemin x değişkeninde cebirsel olarak ifade ettiklerini, doğru bir şekilde bir çözüm bilgisine sahip olduklarını, ancak kullanılan harfin (x) değişken olduğundan ve farklı değerlere sahip olabileceğinden habersiz olduklarını göstermektedir. Bu nedenle, öğrencinin cevabı TYY düzeyinde kabul edilmektedir.

(b) Then find the solution of this equation.

$$5x^2 - 7x - 24 = 0$$
$$(x-3)(5x+8) = 0 \quad \left(x = -\frac{8}{5} \right) \left(x = 3 \right)$$

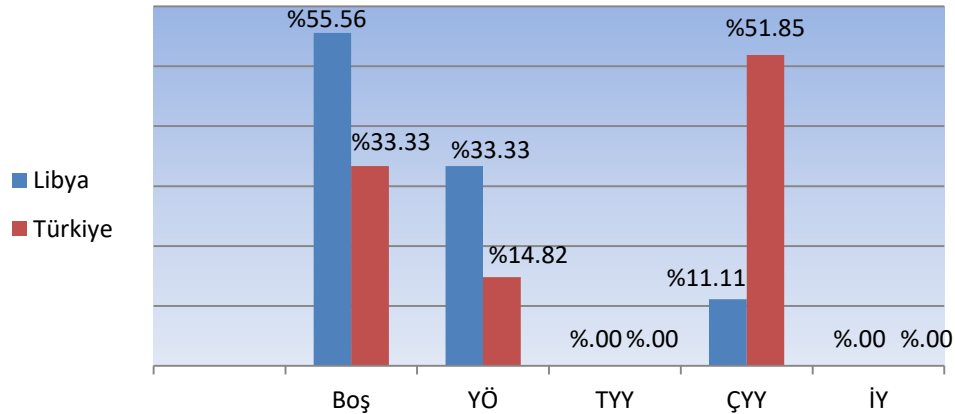
Şekil 23. Libyalı bir öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun b) şikkına verdiği cevap.

(b) Bulduğunuz denklemin çözümünü yapınız.

$$x^2 + 6x + 9 = 6x^2 - x - 15$$
$$5x^2 - 7x - 24 = 0$$
$$\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 8 & & \\ & -3 & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} (5x+8) \cdot (x-3) \\ 5x = -8 & & \\ x = -\frac{8}{5} & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \frac{1}{3} & & \end{array}$$

Şekil 24. Bir Türk öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun b) şikkına verdiği cevap.

Şekil 23 ve 24'te, öğrenciler üçüncü problemin ikinci bölümünü çözebilmişler ve ikinci dereceden denklemin çözümü için kareler arasındaki farkı kullanma konusunda tecrübeleri vardır. Öğrenciler bu çözümü tamamladıklarından dolayı, cevapları ÇYY olarak kabul edilmektedir.



Şekil 25. Üçüncü araştırma sorusunun c) şikkına cevaplarının SOLO Taksonomisi.

Şekil 25'te görüldüğü gibi, öğrencilerin üçüncü araştırma sorusunun c) şikkına ilişkin çözümlerinin düzeyleri şöyledir: Libyalı öğrencilerin %33.33'ü YÖ'de, % .00'ı TYT'de ve %11.11'i ÇTY'de cevaplamışlardır ve katılımcıların % 55.56'sı bu bölümü boş bırakmıştır. Türk öğrenciler için, % 14.82'si YÖ'de, %0'ı TYT'de, %51.85'i ÇTY'de cevap vermiştir ve bu maddeyi boş bırakanlar katılımcıların %33.33'ünü oluşturmaktadır. Libyalı öğrencilerin çoğu, Türk öğrencilerden farklı olarak, c) şikkına cevap verememiştir. Bu nedenle, c) şikkında Türk öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin Libyalı öğrencilerden daha iyi olduğu söylenebilir. Aşağıdakiler ÇTY'deki öğrencilerden çözüm örnekleridir:

(c) Find a square area.

$$\begin{aligned} \text{The area} &= \text{Length} \times \text{width} \\ (x+3)(x+3) &= (x+3)^2 = (2+3)^2 = 6^2 \Rightarrow 36 \\ & \left(\frac{3}{5} + 3\right)^2 \end{aligned}$$

Şekil 26. Libyalı bir öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun c) şikkına verdiği cevap.

(c) Karenin alanını bulunuz.

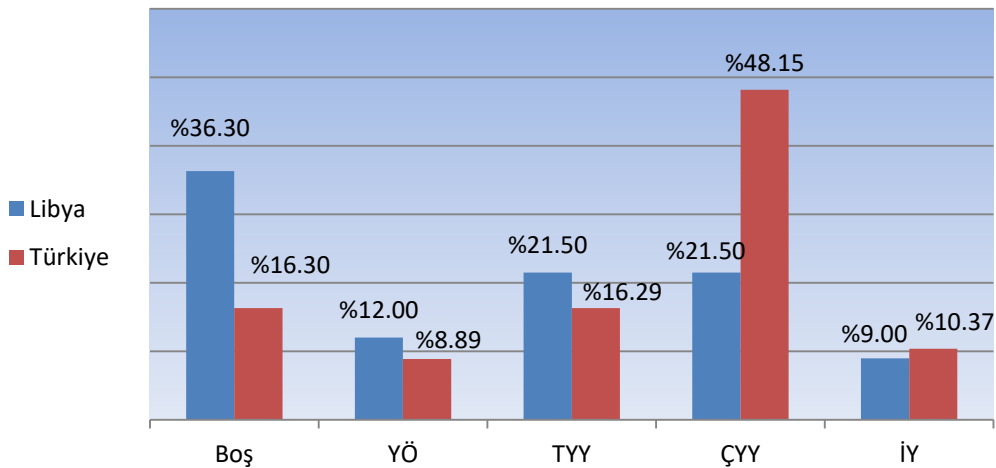
$$(x+3)^2 = (3+3)^2 = 6^2 = \underline{36}$$

Şekil 27. Bir Türk öğrencinin üçüncü araştırma sorusunun c) şikkına verdiği cevap.

Şekil 26 ve 27'de, öğrenciler üçüncü araştırma sorusunun c) şikkını çözme becerisine ve bu konudaki matematik yasalarında deneyime sahiptirler. Üçüncü araştırma sorusunu tamamladıktan sonra öğrencilerin cevapları ÇTY olarak kabul edilmiştir.

Araştırma Sorularının Tamamı İle İlgili Bulgular

Bu bölümde, Libyalı ve Türk öğrencilerin her üç probleme verdikleri yanıtların analizinin sonuçları ele alınmaktadır.



Şekil 28. Libyalı ve Türk öğrencilerinin araştırma sorularının tamamına verdikleri cevapların genel analizi.

Şekil 28, araştırma sorularını boş bırakanların %36.30'unu Libyalı öğrencilerin, %16.29'unu Türk öğrencilerin oluşturduğunu göstermektedir. Bu sonuç; 1) araştırma sorularının anlaşılabilmesi, 2) sözel problemlerin çevirisinde güçlükler veya 3) ihmalkârlıktan kaynaklanabilir.

Düşünme düzeyleri ÇYY'de olan Türk öğrenciler ağırlıklı olarak % 48.15'dir. Ayrıca, her iki ülke için Şekil 28'deki boş kısım elimine edilirse, Türk öğrenci düzeyleri yüksek olacaktır. Libyalı öğrenciler için bu rakam simetriye yakın bir dağılıma işaret eder. Bu, öğrenci düzeyinin bu çalışmada kullanılan araştırma soruları seviyesine uygun olduğu anlamına gelir. Ayrıca, iki ülkenin öğrencileri karşılaştırıldığında, Türk öğrencilerin ÇYY düşünme düzeyleri ve problemler arasında İY'deki yüzdeleri Libyalı öğrencilerden daha yüksektir. Bu durum Türk öğrencilerin ikinci dereceden sözel problemleri çözme konusundaki yeterlilik ve becerilerinin de daha yüksek olduğunu açıklar.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmanın amacı, Libyalı ve Türk öğrencilerin ikinci dereceden sözel problemleri çözümedeki düşünme düzeylerini SOLO Taksonomisi'ne göre araştırmaktır. 27 Libyalı ve 27 Türk öğrenci ikinci dereceden sözel problemler üzerinde test edilmiş ve bu konudaki bilgi ve düşünce düzeyleri SOLO Taksonomisi'ne dayanılarak analiz edilmiştir.

SOLO Taksonomisi ile problem analizi sadece öğrencilerin yeterliliği ya da yetersizliğini ortaya koymakla kalmaz, aynı zamanda düşünme düzeyleri ile biliş düzeyleri hakkında da bilgi verir. Böylece, SOLO Taksonomisi öğrencilerin matematiksel düşünme seviyelerini ölçmek için bir araç olarak kullanılabilir. Ayrıca SOLO Taksonomisi, öğrencilerin problem çözme işlemlerini değerlendirmek ve ilave olarak matematik alanındaki kavramları (Lian & Idris, 2006; Pegg & Tall, 2005) değerlendirmek için de kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, SOLO Taksonomisi, ikinci dereceden bir bilinmeyenli sözel problemler hakkında öğrencilerin düşünme düzeyleri ile ilgili bilgi sağlamıştır. Elde edilen sonuçlara göre, Libyalı öğrencilerin %9.00'unun İY'de, % 21.50'inin ÇYY'de, % 21.50'inin TYY'de, %12'sinin YÖ'de olduğu ve % 36.30'unun problemleri boş bıraktığı görülmüştür. Türk öğrenciler için %10.37'si İY'de, %48.15'i ÇYY'de, % 16.29'u TYY'de ve %8.89'u YÖ'dedir ve %16.30'u ise problemleri boş bırakmıştır.

İkinci dereceden sözel problemlerin çözümünde SOLO Taksonomisi'ne dayanan öğrenci düşünme düzeylerine ilişkin bulgular ve veri analizi, Libyalı öğrencilerin %36.30, Türk öğrencilerin ise %16.30'unun problemleri boş bıraktığını, dolayısıyla öğrencilerin sözel problemleri matematiksel ifadelerle çevirmekte başarısız olduklarını göstermektedir. Ayrıca problemi anlama eksikliği öğrencilerin sözel problemleri matematiksel ifadeye çevirmede başarısız olmalarının ana nedenlerindedir. Çalışmanın bu sonucu, Zentall ve Ferkis'in (1993) çalışmasıyla örtüşmektedir. Öğrencilerin problemi görselleştirme ve ifade etmedeki zorlukları, sözel problemleri çevirmede başarısız olmalarının sebeplerinden biridir (Angateeah, 2017). Ayrıca, öğrencilerin bu çalışmada problemleri çözmemelerinin sebepleri, dikkatsiz olmaları, problemi düşünememe veya anlayamamalarıdır. Bu sonuç Yeo'nun (2009) araştırmasının sonucuyla örtüşmektedir. Ek olarak, Libyalı öğrencilerin %12'sinin düşünme seviyeleri YÖ'de, Türk öğrencilerin ise % 8.89'unun düşünme seviyeleri YÖ'dedir. Bu öğrencilerin bazıları sorulara problemde bulunmayan bazı değişkenlerle cevap vermişlerdir; bu da onların cevaplarının problemle ilgisi olmadığı anlamına geliyor (Tindowen, Ramirez & Sales, 2019). İlave olarak, problemin öğrenciler tarafından yanlış yorumlanması, sözel problemleri çözümede başarısız olmalarının başka bir nedenidir. Bu çalışmanın sonucu birçok öğrencinin problem çözümede zorlandıkları iddiasıyla örtüşmektedir. Çünkü bazı kelimeleri yanlış anlamaktadırlar (Kruklik & Rudnick, 1996).

Libyalı öğrencilerin yaklaşık %21.50'si TYY'de, Türk öğrencilerin ise %16.29'u TYY'dedir. Bu sonuçlar, öğrencilerin lisede öğrendikleri bir konu olmasına rağmen, ikinci dereceden bir bilinmeyenli sözel problemlerle işlem yapmakta az veya çok az bilgiye sahip olduklarını göstermektedir. Sözel problemler konusundaki zayıf bilgileri, yanlış düşünceleri veya yanlış anlamalarından kaynaklanmaktadır. Bulgu, Booth (1984) ile de tutarlıdır.

Araştırmanın bulguları ayrıca, düşük ve orta seviye öğrencilerin çoğunluğunun cebirsel ifadeleri anlamada ve cebirsel işlemleri gerçekleştirmede zorluk yaşadıklarını bildiren Roslina'nın (1997) araştırmasını da desteklemektedir.

Bulgular, Türk öğrencilerin %48.15'inin ÇYY'de ve % 10.37'sinin İY'de olduğunu göstermiştir ve bu iyi bir sonuç olarak değerlendirilmiştir. Libyalı öğrencilerin %21.50'si ÇYY'de, %9'u ise İY'deydi. Bu, Türk öğrencilerin büyük bir kısmının, Libyalı öğrencilere kıyasla bu tür problemlerde ileri düşünme seviyelerine doğru ilerlemekte daha başarılı olabileceğini göstermektedir. Bu seviyelerdeki öğrenciler kavramsal bilgi ve işlem gerektiren yazılı bir cevaba sahiptir. Kavramsal bilgi ve işlem birbirinin ayrılmaz bir parçasıdır ve öğrencilerin matematik başarısı için çok önemlidir (Hiebert & Carpenter, 1992).

Bulgular ışığında, öğrencilerin sözel problemleri çözme yetenekleri, cümleleri matematiksel sembollere nasıl çevirdiklerine bağlıdır (Bardillion Jr., 2004). Ortaöğretim öğrencilerinin sözel problemleri çözmek için kullandıkları yöntemler, problemleri anlamalarına ve matematiksel becerilerine katkı sağlar (Silver, 1992; Verschaffel, Greer & De Corte, 2002). Öğrencilerin cümleleri sembollere çevirme becerileri, öğrencilerin problemlere yönelik çözümlerde başarılarını etkilemiştir (Vista, 2010).

Mevcut çalışma, bazı öğrencilerin ikinci dereceden sözel problemleri matematiksel ifadelere çevirme becerisine sahip olmadıkları sonucuna varmıştır. Bu durumun

1. Problemin yanlış yorumlanması,
2. Sözel problemleri anlama ve matematiksel sembollere dönüştürme zorluğu,
3. Problemi anlama yetersizliği,
4. İhmalkârlık.

sebeplerinden kaynaklandığı gözlenmiştir.

Potter ve Kustra'ya (2012) dayanarak, YÖ düzeyi düşünme düzeyleri arasından çıkarılmalıdır. Çünkü öğrencilerin genellikle konu hakkında bir fikri yoktur. Bu durumda çalışma bulgularının, Libyalı ve Türk öğrencilerin büyük bir kısmının bu problemlerde ileri düşünme seviyelerine ilerlemede başarılı olabileceğini gösterdiğini söyleyebiliriz. Ancak, Libyalı öğrenciler ve Türk öğrenciler karşılaştırıldığında, bulgular Türk öğrencilerin Libyalı öğrencilerden daha iyi olduğunu göstermektedir.

Araştırmadan elde edilen bulgular ve sonuçlar ışığında, aşağıdakileri öneriler geliştirilmiştir.

İkinci dereceden bir bilinmeyenli sözel problemleri çözmeye öğrencilerin karşılaştığı eksikliklerin üstesinden gelmek için ilköğretimdeki öğrencilerin matematiksel becerilerini geliştirmek adına düşünme becerilerini geliştirmeleri desteklenmeli, problemleri çözmek için çeşitli temsil ve stratejileri kullanmaya teşvik edilmelidir.

Öğrencilerin düşünme becerilerini geliştiren etkinliklere katılmaları sağlanarak düşünme yetenekleri geliştirilmelidir.

Sınıfta öğretmenin uyguladığı yöntem ve teknikler, düşünme becerilerinin geliştirilmesinde önemli bir rol oynar. Bu nedenle öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmek için modern öğretim yöntemleri kullanılmalıdır.

Program geliştiricileri ve yazarlar matematik müfredatındaki örnekleri daha net bir yöntemle tasarlayarak öğrencilerin sözel ifadeleri anlamalarını sağlamak için öğrencileri iyi tanımalı ve öğrencilerin sözel problemleri matematiksel fikirler ve kavramlarla ilişkilendirebilmeleri için fırsatlar yaratmalıdır.

Son olarak, öğrencilerin sözel problemlerdeki zorluklarını belirleyen daha fazla çalışma yapılabilir.

References

- Angateeah, K. S. (2017). An investigation of students' difficulties in solving non-routine word problem at lower secondary. *International Journal of Learning and Teaching*, 3(1), 46-50.
- Aniano, L. C. (2010). *Difficulties in solving word problem on fractions among grade VI pupils of balara elementary school*. Unpublished master thesis, University of Rizal, Morong.
- Bardillion, R. U. (2004). *Students' filipino verbal and symbolic tranlations, problem solving ability and attitude towards mathematics word problems*. Unpublished master thesis, University of the Philippines, Quezon.
- Barwell, R. (2011). Word problems connecting language, Mathematics and life. *What Works? Research into Practice*, 3-4. Retrieved from http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/WW_Word_Problems.pdf
- Bernadette, E. (2009). *Third grade students' challenges and strategies to solving mathematical word problems*. M.A. dissertation, The University of Texas at El Paso, United States.
- Bernardo, A. B. (1999). Overcoming obstacles to understanding and solving word problems in mathematics. *Educational Psychology*, 19(2), 149-163.
- Bernardo, A. B. (2002). Language and mathematical problem solving among bilinguals. *The Journal of Psychology*, 136(3), 283-297.
- Biggs, J., & Collis, K. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. In H.Rowe(Ed.), *Intelligence: Reconceptualization and measurement* (pp.57-76). New Jersey: Laurence Erlbaum Assoc.
- Boonen, A. J., van der Schoot, M., van Wesel, F., de Vries, M. H., & Jolles, J. (2013). What underlies successful word problem solving?. A path analysis in sixth grade students. *Contemporary Educational Psychology*, 38(3), 271-279.
- Chassapis, D. (2010). A framing of the world by mathematics: A Study of word problems in greek primary school mathematics textbooks. In. U. Gellert, E. Jablonka & C. Morgan. In *Proceedings of the Sixth International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 209-218). Freie Universität Berlin Publishing.
- Chaudhary, M. P. (2013).Utility of mathematics. *International Journal of Mathematical Archive*, 4 (2), 76-77.
- Dela Cruz, J.K.B., & Lapinid, M.R.C. (2014). *Students' difficulties in translating worded problems into mathematical symbols*. Paper Presented at the DLSU Research Congress 2014 De La Salle University, Manila, Philippines.
- Gooding, S. (2009). Children's difficulties with mathematical word problems. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 29(3), 31-36.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 65-97.
- İncikabı, L., & Sancar-Tokmak, H. (2012). Uzman bakışıyla öğretmen adaylarının eğitimsel yazılım değerlendirme süreci üzerine bir araştırma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(3), 939-954.
- Jimoyiannis, A. (2013). Using Solo taxonomy to explore students' mental models of the programming variable and the assignment statement. *Themes in Science and Technology Education*, 4(2), 53-74.
- K.N.E.C., (2007). *Examination report*. Nairobi. KNEC.
- Krulik, S., & Rudnick, J. (1996). *The new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in junior and senior high school*. Needham Height, Massachusetts: Allyn&Bacon.

- Lam, P. & Foong, Y. (1996). *Rasch analysis of math Solo taxonomy levels using hierarchical items in testlets*, ERIC-ED 398271.
- Lee, K., Ng, E. L., & Ng, S. F. (2009). The contributions of working memory and executive functioning to problem representation and solution generation in algebraic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 101(2), 373-387.
- Lian, L.H., & Idris, N. (2006). Assessing algebraic solving ability of form four students. *International Electronic Journal of Mathematics Education (IEJME)*, 1(1), 55-76.
- MOEST. (2001). *Teaching and learning mathematics in primary classroom: School based teacher development*. Nairobi: MOEST.
- Ng, S. F., & Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 282-313.
- Pegg, J., & Coady, C. (1993). Identifying Solo levels in the formal mode. In *Proceedings of the 17th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 212-219).
- Pegg, J., & Tall, D. (2005). The fundamental cycles of concept construction underlying various theoretical frameworks. *International Reviews on Mathematical Education*, 37(6), 468- 475.
- Pfannenstiel, K. H., Bryant, D. P., Bryant, B. R., & Porterfield, J. A. (2015). Cognitive strategy instruction for teaching word problems to primary-level struggling students. *Intervention in School and Clinic*, 50(5), 291-296.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspects of mathematical methods*. Prentice University Press.
- Potter, M. K., & Kustra, E. (2012). A primer on learning outcomes and the Solo taxonomy. *Course Design for Constructive Alignment*, (Winter 2012), 1-22.
- Putri, U. H., Mardiyana, M., & Saputro, D. R. S. (2017, September). How to analyze the students' thinking levels based on Solo Taxonomy? . In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 895, No. 1, p. 012031). IOP Publishing.
- Rasmussen, C. L., & King, K. D. (2000). Locating starting points in differential equations: A realistic mathematics education approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(2), 161-172.
- Roslina, R. (1997). Keupayaan algebra asas pelajar tingkatan empat sekolah menengah kerajaan Daerah Hulu Langat.[The ability of Form Four students in basic algebra]. *Master of Education Research Project. Universiti Kebangsaan Malaysia*.
- Schumacher, S., & Mcmillan, J. (2006). *Research in Education Evidence-Based Inquiry*. Boston: Pearson Education.
- Silver, E. A. (1992). Referential mappings and the solution of division story problems involving remainders. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 14(3), 29-39.
- Swanson, H. L., Orosco, M. J., & Lussier, C. M. (2014). The effects of mathematics strategy instruction for children with serious problem-solving difficulties. *Exceptional Children*, 80(2), 149-168.
- Thevenot, C. (2010). Arithmetic word problem solving: Evidence for the construction of a mental model. *Acta psychologica*, 133(1), 90-95.
- Timmermans, R. E., Van Lieshout, E. C., & Verhoeven, L. (2007). Gender-related effects of contemporary math instruction for low performers on problem-solving behavior. *Learning and Instruction*, 17(1), 42-54.
- Tindowen, D. J. C., Ramirez, N. K., & Sales, J. G. (2019). Students' difficulties in translating mathematics word statements. *Journal of Humanities and Education Development (JHED)*, 1(1), 11-18.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2002). Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems. In *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 257-276). Springer, Dordrecht.

- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E.(2000). Making Sense of Word Problems. Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Vista, E. M. (2010). *Developing comprehension of word problems in mathematics through grammar integration*. Unpublished master thesis, University of the Philippines, Quezon.
- Yeo, K. K. J. (2009). Secondary 2 students' difficulties in solving non-routine problems. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 211. Retrieved from <http://www.cimt.org.uk/journal/yeo.pdf>
- Zawaiza, T. R. W., & Gerber, M. M. (1993). Effects of explicit instruction on math word-problem solving by community college students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 16(1), 64-79.
- Zentall, S. S., & Ferkis, M. A. (1993). Mathematical problem solving for youth with ADHD, with and without learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 16(1), 6-18.

