

METHODOLOGY FOR THE DESIGN OF DIDACTIC SEQUENCES FOR SECONDARY MATHEMATICS IN A TECHNOLOGICAL CONTEXT

METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA MATEMÁTICA DE SECUNDARIA EN UN CONTEXTO TECNOLÓGICO

Jamil Fabiola Alvarado Sánchez
 Universidad de Sonora
 jamilalvarados@gmail.com

José Luis Soto Munguía
 Universidad de Sonora
 jlsoto@mat.uson.mx

In this paper a didactic proposal is presented which consists of a methodology aimed at secondary level mathematics teachers, the aim of this proposal is to provide the teacher with a tool to design teaching sequences in order to take them to the classroom; These designs have the particularity of incorporating digital technology for the development of the sequence and its implementation. The methodology was developed based on the articulation of: the didactic structure of Díaz-Barriga, the teaching method ACODESA of Hitt and the curricular developments of Taba. The methodology has been tested with a group of 11 teachers in a course-workshop of 40 hours, the results obtained were three didactic sequences elaborated by three teams of teachers in a technological context (using Geogebra), where it is perceived that it is possible to design using this methodological proposal, however, teachers presented some difficulties during the process of articulation with technology.

Keywords: Teaching activities and practices, Secondary education, Technology, Teacher training

Introduction

The curriculum of basic education in Mexico points out the importance of teachers being involved in the design of activities or didactic sequences, as part of their practice; however, this task can be complicated for teachers, since their working conditions and prevailing teaching practices have limited their practice to the reproduction of textbook activities, away from the design and planning of teaching.

Careful analysis shows that curricula and study guides do not provide sufficient guidance in order for teachers to design teaching activities. This explains the low production of didactic sequences designed by teachers. Taking into account the absence of specific methodological recommendations for the design of didactic mathematical sequences, the following question arose: how do you structure and evaluate a methodological proposal for the design of didactic sequences of the subject of mathematics from a problem situation with the support of Geogebra software aimed at secondary school teachers? The following specific objectives were derived from this:

1. Establish a didactic structure for the design of sequences.
2. Characterize the type of problem situations, which will be the starting point for each sequence.
3. Determine the role that Geogebra will play in the design of didactic sequences.
4. Develop the methodology and experiment with it by designing didactic sequences.
5. Structure a course-workshop for mathematics teachers to evaluate the methodology.

Theoretical References

1. Elements to structure a didactic sequence

Within our work, the didactic structure of Díaz-Barriga (2013) is used, since it is an appropriate way to organize activities. Also, it rescues some interesting points that should be incorporated in the design. However, the aspects considered by Díaz-Barriga have been modified within this

methodological proposal due to the fact that they were adapted to the needs of the mathematical discipline.

2. Teaching method ACODESA

ACODESA was used for the purpose of organizing classroom management and mathematical knowledge. This teaching method proposed by Hitt and Cortés (2009) is divided into 5 stages that take into consideration individual work, teamwork, classroom debate, self-reflection and institutionalization. This method proposes a specific way of carrying out the teaching process and the learning process, highlighting the role that the student should play within the classroom and that the teacher should play through the use of problem situations, where the pupil's task is specified in each of its stages, paying special attention to the representations that are generated during the development of mathematical activity.

3. Methodology to plan a learning unit

Taba (1962) proposes a set of four stages to elaborate what she calls a "teaching-learning unit", of which we have only taken and adapted the stage of generalization, which is considered a crucial stage in the mathematical discipline. This stage is not reflected in other proposals, but here it has been considered important in order to involve the student in activities that allow him to generalize the mathematical concepts discussed in a sequence.

Articulation of the theoretical references used

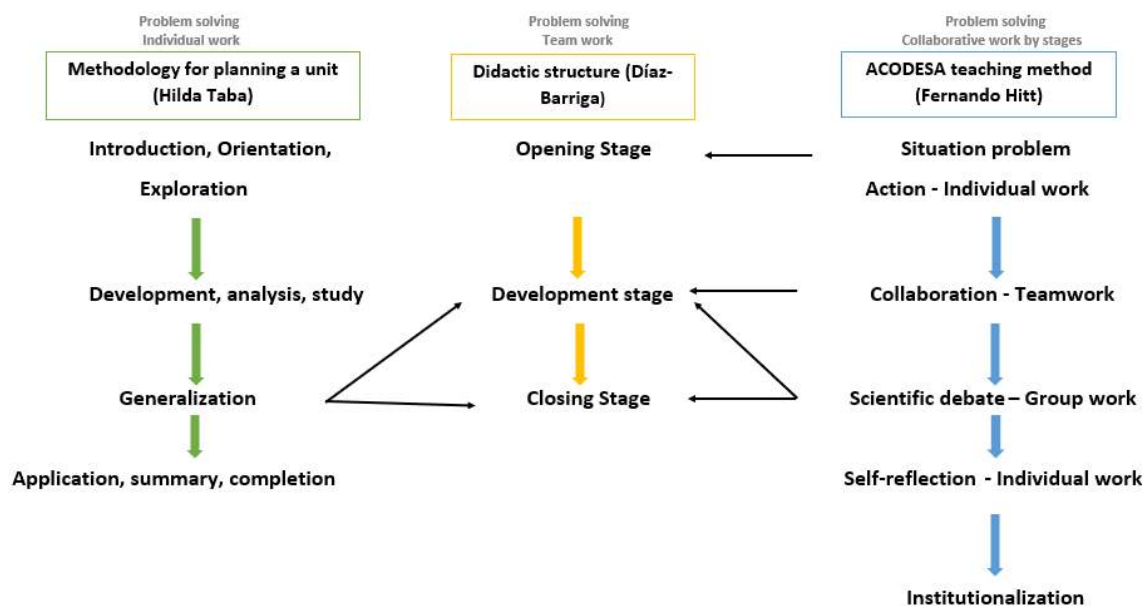


Figure 1: Diagram of the theoretical articulation. Source: own elaboration

Methodological actions

The methodology is qualitative and consists of the following actions.

Phases	Methodological actions
1.- Actions related to specific objective 1	Research of the contributions towards the design of didactic sequences. Characterization of the didactic structure in which the sequence will be broken down, based on the analysis of several didactic structures.

2.- Actions related to specific objective 2	Characterization and elaboration of the problem situations, based on the revision of books, articles and scientific journals related to mathematics.
3. Actions related to specific objective 3	Establishment of the use of Geogebra for the didactic sequence, starting from the review of contributions where technology is used as an educational resource.
4. Actions related to specific objective 4	Elaboration of the design methodology for didactic sequences, based on the articulation of the theoretical references used. Design of didactic sequences based on the methodology developed. Analysis of the didactic sequences designed, taking as reference the characteristics presented by the methodology and analyzing its correspondence with it.
5. Actions related to specific objective 5	Elaboration of the didactic-mathematical reflections, with the purpose of identifying the characteristics that describe the design methodology. Structuring of a course-workshop aimed at mathematics teachers to test the methodology and designs of didactic sequences elaborated. Evaluation of the design methodology, based on the analysis of the products produced in the workshop implemented.
6. Actions related to the general objective	Evaluation of the design methodology based on the general analysis of the workshop.

Table 1: Methodological actions. Source: own elaboration

Characteristics of the methodological proposal

Once the theoretical references were articulated, a methodological proposal was defined with the following characteristics: it is based on a problem situation that does not allude to the mathematics that will be used, contextualized to show the application, meaning and utility of mathematics.

The methodology specifies the objective of each of the elements of the didactic structure (opening, development and closing); the activities and questions in the opening stage are oriented towards the understanding of the problem situation. The development stage involves the mathematical procedures necessary for the resolution of the problem situation. Where it is considered relevant, a stage of generalization is started, with the purpose of extending the applications of mathematical concepts at the development stage. Finally, at the closing stage, the mathematical concepts that have emerged during the resolution of the situation and during the generalization are institutionalized and formalized.

The use of technology is incorporated into the methodology with the aim of linking various contents and putting into play the mathematical thought of the student. Geogebra software is considered to be a powerful tool to reach the proposed goal, since this technology offers the possibility to enrich the discussion on concepts, to diversify problems or exercises and to explore various solution strategies. It also allows the student to explore and visualize the meaning of the relationships between mathematical objects.

The methodology includes specific recommendations for incorporating the use of digital technology, specifically Geogebra, for each stage of the teaching structure. In the opening stage Geogebra is used to build simulations of the problem situation, allowing the exploration of this situation qualitatively. At the stage of development and generalization Geogebra is used to model the problem situation without the context in which it was posed and also to model the generalizations arising during the process of resolution of the situation.

In the closing stage the software is used as a tool to justify the mathematical results arising during the development of the sequence or to propose different solutions strategies to those employed.

The following is an outline of the characteristics described in this proposal:

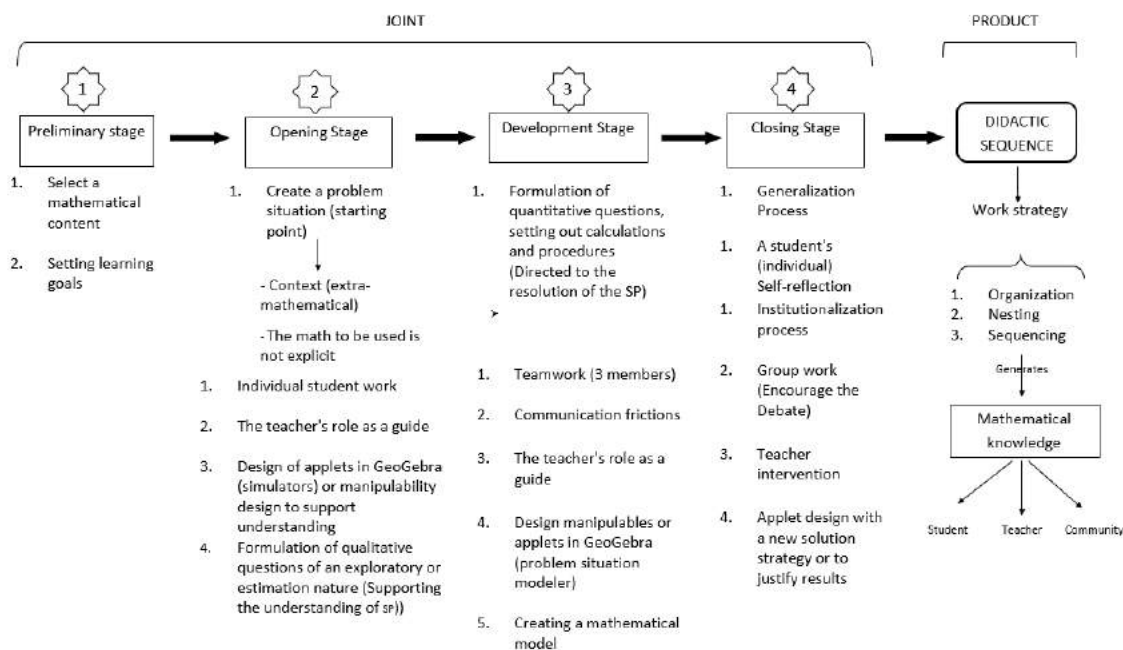


Figure 2: Outline of the methodological proposal developed. Source: own elaboration

Design of didactic sequences using the methodological proposal

Based on the elaborated methodological proposal, three designs of didactic sequences were made, with the intention of testing the methodology and applying them in a course-workshop for teachers. These designs were analyzed a priori to identify if the sequence was able to respond to the characteristics that were established in the methodological proposal elaborated. Once the design of the didactic sequences was completed, the program of a course-workshop for teachers was developed in which the designed sequences were analyzed as a starting point.

Implementation of a course-workshop

In order to involve teachers in the design of didactic sequences, a course-workshop was developed in which 11 mathematics teachers participated, with a duration of 40 hours. The purpose of the workshop was to analyze whether it was possible to design didactic sequences, which would present the characteristics that integrate this methodology. To carry out this workshop-course, three designs of didactic sequences were used, one of them is shown above this section and didactic-mathematical reflections were prepared with the intention that the teacher will identify and become familiar with the elements of the methodological proposal, through reflection on the work carried out in the resolution of the sequences. A bank of problem situations was prepared as well, with the aim of facilitating the task of the participants in the transformation of the situations for the purposes of the present study.

The following activities were carried out: (a) Addressing and analyzing didactic sequences previously designed with the proposed methodology; b) analyzing the proposed methodology based on the didactic sequences discussed and c) designing didactic sequences based on the proposed methodology.

Analysis

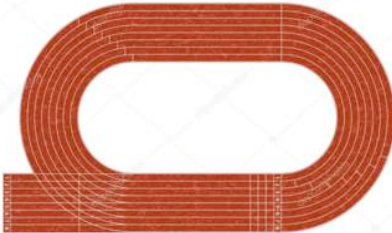
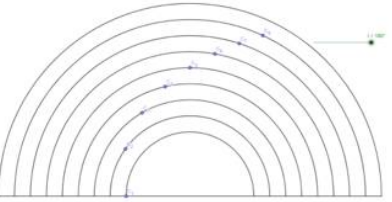
The analyses are described below. The tools to collect information were: paper productions of teachers, audio recordings of a work team, field diary (observations during sequence design), video recording of the presentations of the sequences designed and an evaluation format for participants.

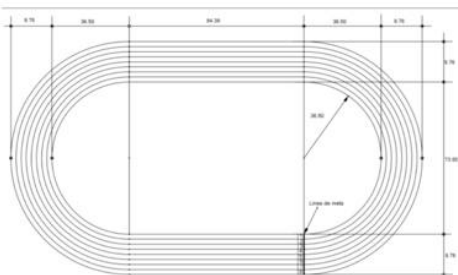
Analysis of didactic sequences designed by teachers

The focus was on the products developed by the teachers, to evaluate how they take into account the characteristics of the proposed methodology in the designs built, as well as identifying the purposes they pursue in each of the activities, this with the aim of analyzing the correspondence between the design perspective that the teacher has and the ideas proposed by the instructors in the course-workshop.

A general analysis was made of the way in which the elements of the product are contrasted with the methodology, the coherence between the activities developed with the purposes of the didactic structure, the way in which they suggest organizing work in the classroom and the role of the student and teacher, the use teachers assign to technology in the sequence designed and the level of mathematics used in the product developed by the teacher.

The following is an analysis of a didactic sequence designed by a team of teachers.

Didactic sequence	Product analysis
Opening Stage	
<p>Didactic Sequence: The Track Opening</p> <p>Figure 1 shows a plane with the official measurements in meters that must have an athletic track for 400-meter flat races. The track has 8 numbered lanes from 1 to 8, we will call here runner 1 the athlete who runs down lane 1, runner 2 to which he runs down lane 2 and so on.</p>  <p>Individual work</p> <ol style="list-style-type: none"> Will all players run the same distance if everyone starts from the finish line and their finish line is also the finish line? Explain your answer. Applet1 shows that it would happen at the first corner of the track if all players exit the finish line at the same time and assuming they all run at the same speed.  <ol style="list-style-type: none"> Write with your words what you observe. Explain why runner 1 is the first to travel the curve if everyone advances at the same speed. <p>Teamwork</p> <ol style="list-style-type: none"> Why do runners, at the start of a race, stand in a staggered row? 	<p>The teacher selected a problem situation from the problem bank, however, they adapt the problem situation according to the content they want to promote. An ideal situation would be that the teacher would first be aware of a content and from there conceive a problem situation (Hitt and Quiroz, 2009; Soto, Hitt and Quiroz, 2019).</p> <p>Within the problem situation, the text is devoted to providing information about the image included in such a situation. However, no context is defined that would lead to the formulation of a problem. Motivation is one of the most important points in teaching mathematics (Gravemeijer and Doorman, 1999).</p> <p>By not properly elaborating the problem situation, teachers do not analyze in greater depth what the present mathematics will be. They set out very general questions, rather than asking questions that need to be more in depth, leading to a specific mathematical theme. They requested technical and mathematical support from the instructors in order to carry out their construction, since they had the idea of how the construction should be, but they did not know how to make it in Geogebra. It was not clear to the teachers that the</p>

	<p>construction of applet requires mathematical relationships in the software to be able to capture the intended idea in the activity (Rabardel, 1995). The applet succeeds in playing the role of simulator of the problem situation. The teacher needs to have a greater interaction with the use of software to develop their potential in mathematical tasks. The teacher would have to go through a process of "instrumental genesis" as authors (Rabardel, 1995; Guin and Trouche, 1999) have pointed out.</p>
<p>Stage of development</p>	
<p>Development</p> <p>Teamwork</p>  <p>5. Describe the trajectory each runner performs. 6. How would you get the distance a player runs in corners? 7. Calculate the distance that player 1 travels when taking a full turn. 8. Expose to the group as they gained the distance traveled by Player 1.</p> <p>Individual work</p> <p>9. As the width of each lane has an official measurement of 1.22 m, that will be the distance that will separate Corridors 1 and 2. Calculates the distance corridor 2 will travel, if part of the finish line and its finish line is also the finish line. 10. If the start line of Corridor 1 is the finish line, where should the start line of Corridor 2 be located for Corridors 1 and 2 to travel the same distance to reach the finish line? 11. Indicates where each of the other runners (runners 3, 4, 5, 6, 7 and 8) should be located at the start of the race so that everyone travels the same distance when reaching the finish line. 12. I put your findings before the group</p>	<p>The development stage rescues the purposes set out in the proposed methodology. The teachers managed to identify when to introduce the different working modalities with respect to the student's learning purpose. The types of questions show an attempt to involve other mathematical content such as proportionality, but teachers rule out introducing this content and focus on the perimeter. They include teamwork as support to carry out complicated tasks of the didactic sequence, group dialogue to communicate the different representations of the strategies of each team, as well as self-reflection to reinforce what was learned individually from practice (Hitt, Saboya and Cortés, 2017). It does not describe the role that the teacher will have when carrying out these different working modalities in the classroom (Hitt, Saboya and Cortés, 2017). The design does not present an applet within the development stage, because the teachers presented difficulties in making it within the software due to their lack of knowledge about its use and how to represent the image of the track (Rabardel, 1995; Guin and Trouche, 1999; Soto, Hitt and Quiroz 2019).</p>

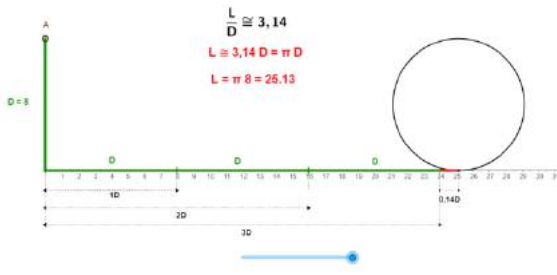
Closing Stage	
<p>Closing</p> <p>Individual work</p> <ol style="list-style-type: none"> You will be given the drawing of a circumference and its midpoint on a white sheet. Follow the instructions to discover a procedure for calculating the length of a circumference from them. <ul style="list-style-type: none"> -Plots the diameter of the circumference. -Cut at least four pieces of thread whose length is the measurement of the diameter. - With those pieces of thread surround the circumference, <p>How many pieces of thread did you need to surround the circumference?</p> From what is done expresses a procedure to find the length of the circumference. Look carefully at Applet 2 and answer the following: is the procedure you developed equivalent to the one shown on the Applet? 	<p>The use of manipulatives is promoted, which motivates the student to carry out the activity and allows for the activation of his imagination and his mathematical reasoning (according to the teaching method ACODESA). Generalization is promoted by establishing a formula for calculating the perimeter of the circle. The applet serves to show the results of the activity carried out with the manipulatives. The institutionalization process was a complicated task for teachers since the closure is limited to discovering geometric formulas rather than emphasizing the formalization of the mathematical concepts used (Hitt and Cortés, 2009). This gives us the indication that the teachers do not manage to abstract the mathematics that is broken down in the didactic sequence in order to formalize it.</p>

Table 2: Analysis of the sequence prepared by the team 1. Source: own elaboration.

Analysis of the course-workshop taught

Once the course-workshop was completed, the teachers' perceptions of the methodological elements, the correspondence between the product and the proposed methodology and the didactic sequences elaborated by the teachers were analyzed. From this analysis, he obtained a general idea of the aspects in which it was necessary to devote more time and why, and what the advantages and disadvantages were of having taught the workshop course to teachers in such conditions.

Results and conclusions

The teachers were able to adapt to the proposed methodology based on the experience they gained in dealing with and analyzing the didactic sequences by contrasting them with the methodology; the didactic-mathematical reflections on previously designed sequences allowed them to identify the characteristics of the methodology used for the design.

The workshop course has shown that teachers can apply this methodology to design their own sequences when working in collaboration with other teachers. However, they faced difficulties in institutionalizing the mathematics involved in the sequence and in constructing the applets they proposed in Geogebra.

The problem situations proved to be a challenge for the teacher, it is recommended in a second edition of the course, to open a wider space dedicated to the formulation of problem situations by the participants of the course, on the mathematical topics of their greatest interest.

The methodology was structured by articulating theoretical elements. This was evaluated through the implementation of a course-workshop in which participants managed to design didactic sequences.

The theoretical elements taken from Díaz-Barriga and Taba served as the basis for the design of the didactic structure, however, it was necessary to adapt them according to the specifications that the discipline calls for.

References

- Díaz-Barriga, Á. (2013). Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 17(3), 11-33. Disponible en: <https://recyt.fecyt.es/index.php/docenteado/article/view/41685/23758>
- Gravemeijer, K. and Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics* 39, 111-129. <https://doi.org/10.1023/A:1003749919816>
- Guin, D., y Trouche, L. (1999). The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments: The Case of Calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 3, 195-227. doi:10.1023/A:1009892720043
- Hitt, F. y Cortés, C. (2009). Planificación de actividades en un curso-taller sobre la adquisición de competencias en la modelización matemática y uso de calculadora con posibilidades gráficas. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, 10(1), 1-30. Disponible en: <http://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/1977>
- Hitt, F., Saboya, M., and Cortés, C. (2017). Task design in a paper and pencil and technological environment to promote inclusive learning: An example with polygonal numbers. En G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini, y U. Gellert (Eds.), *Mathematics and Technology* (pp. 13–30). Cham, Switzerland: Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-51380-5>
- Hitt, F., and Quiroz, S. (2017). Aprendizaje de las matemáticas a través de la modelación matemática en un medio sociocultural ligado a la teoría de la actividad. *Revista Colombiana de Educación* 73, 153-177.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in high school mathematics: reasoning and sense making*. Reston, Va.: NCTM.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments Contemporains*. Disponible en: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01017462/document>
- SEP (2011). *Plan de estudios 2011. Educación Básica*. CDMX: SEP. Disponible en: <http://comisioniberoamericana.org/gallery/planestudios11.pdf>
- Soto, J-L., Hitt, F. y Quiroz, S. (2019). Distinción entre ejercicio, problema y situación problema en un medio tecnológico y ejemplos en diferentes niveles educativos. En S. Quiroz, E. Nuñez, M. Saboya y J. L. Soto (Eds.), *Investigaciones teórico prácticas sobre la modelación matemática en un medio tecnológico* (pp. 25-40). México: AMIUTEM.
- Taba, H. (1962). *La elaboración del currículum*. Buenos Aires: Troquel.

METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA MATEMÁTICA DE SECUNDARIA EN UN CONTEXTO TECNOLÓGICO

METHODOLOGY FOR THE DESIGN OF DIDACTIC SEQUENCES FOR SECONDARY MATHEMATICS IN A TECHNOLOGICAL CONTEXT

Jamil Fabiola Alvarado Sánchez
Universidad de Sonora
jamilalvarados@gmail.com

José Luis Soto Munguía
Universidad de Sonora
jlsoto@mat.uson.mx

En este trabajo se presenta una propuesta didáctica la cual consiste en una metodología dirigida a docentes de matemáticas de nivel secundaria, el objetivo de dicha propuesta es brindarle al docente una herramienta para elaborar diseños de secuencias didácticas con el fin de llevarlos al aula de clase; estos diseños tienen la particularidad de incorporar tecnología digital para la elaboración de la secuencia y para la implementación de esta. La metodología fue elaborada con base en la articulación de: la estructura didáctica de Díaz- Barriga, el método de enseñanza ACODESA de Hitt y los desarrollos curriculares de Taba. La metodología se ha puesto a prueba con un grupo de 11 docentes en un curso-taller de 40 horas, los resultados obtenidos fueron tres secuencias didácticas elaboradas por tres equipos de docentes en un contexto tecnológico (usando GeoGebra), donde se percibe que es posible realizar diseños aplicando esta propuesta metodológica, sin embargo, los docentes presentaron algunas dificultades durante el proceso de articulación con la tecnología.

Palabras clave: Actividades y prácticas de enseñanza, Educación Secundaria, Tecnología, Capacitación docente

Introducción

El currículo de educación básica en México señala la importancia de que el docente se involucre en el diseño de actividades o secuencias didácticas, como parte de su práctica, sin embargo, esta tarea puede resultar complicada para el docente, puesto que sus condiciones laborales y las prácticas docentes predominantes han limitado su práctica a la reproducción de actividades de los libros de texto, alejándolos del diseño y la planeación de la enseñanza.

Un análisis cuidadoso nos muestra que los planes y programas de estudio no proporcionan las orientaciones suficientes para que el docente pueda diseñar actividades de enseñanza. Se explica así la escasa producción de secuencias didácticas diseñadas por los docentes. Tomando en cuenta la ausencia de recomendaciones metodológicas específicas para el diseño de secuencias didácticas matemáticas nuestro objetivo es estructurar y valorar una propuesta metodológica que permita a los docentes de matemáticas diseñar secuencias didácticas con apoyo del software GeoGebra, teniendo como objetivos específicos, los siguientes:

1. Establecer una estructura didáctica para el diseño de las secuencias.
2. Caracterizar el tipo de situaciones problema que serán el punto de partida para cada secuencia.
3. Determinar el papel que jugará GeoGebra dentro del diseño de secuencias didácticas.
4. Elaborar la metodología y experimentarla diseñando secuencias didácticas.
5. Estructurar un curso-taller dirigido a docentes de matemáticas para valorar la metodología.

Referentes teóricos

1. Elementos para estructurar una secuencia didáctica

Dentro de este trabajo se utiliza la estructura didáctica de (Díaz-Barriga, 2013), dado que es una forma apropiada para organizar las actividades y además rescata algunos puntos interesantes por incorporar en el diseño. Sin embargo, los aspectos que considera Díaz-Barriga se han modificado dentro de esta propuesta metodológica por el hecho de que se adaptaron a las necesidades de la disciplina matemática.

2. Método de enseñanza ACODESA

ACODESA se utilizó con el propósito de organizar la gestión dentro del aula y el conocimiento matemático. Este método de enseñanza propuesto por (Hitt y Cortés, 2009) se divide en 5 etapas que toman en consideración el trabajo individual, trabajo en equipo, debate en el aula, la auto-reflexión y la institucionalización. Este método propone una manera específica de cómo llevar a cabo el proceso de enseñanza y el de aprendizaje, resaltando el papel que el alumno debe jugar dentro del aula y el que debe realizar el docente mediante el uso de situaciones problema, donde la tarea del alumno es específica en cada una de sus etapas, poniendo especial atención a las representaciones que se generan durante el desarrollo de la actividad matemática.

3. Metodología para planificar una unidad de aprendizaje

Taba (1962) propone un conjunto de cuatro etapas para elaborar lo que ella llama una “unidad de enseñanza-aprendizaje”, solamente hemos tomado y adaptado, la etapa de *generalización*, la cual se considera una etapa crucial en la disciplina matemática. Esta etapa no se ve reflejada en otras propuestas, pero aquí se ha considerado importante para involucrar al alumno en actividades que le permitan generalizar los conceptos matemáticos discutidos en una secuencia.

Articulación de los referentes teóricos utilizados

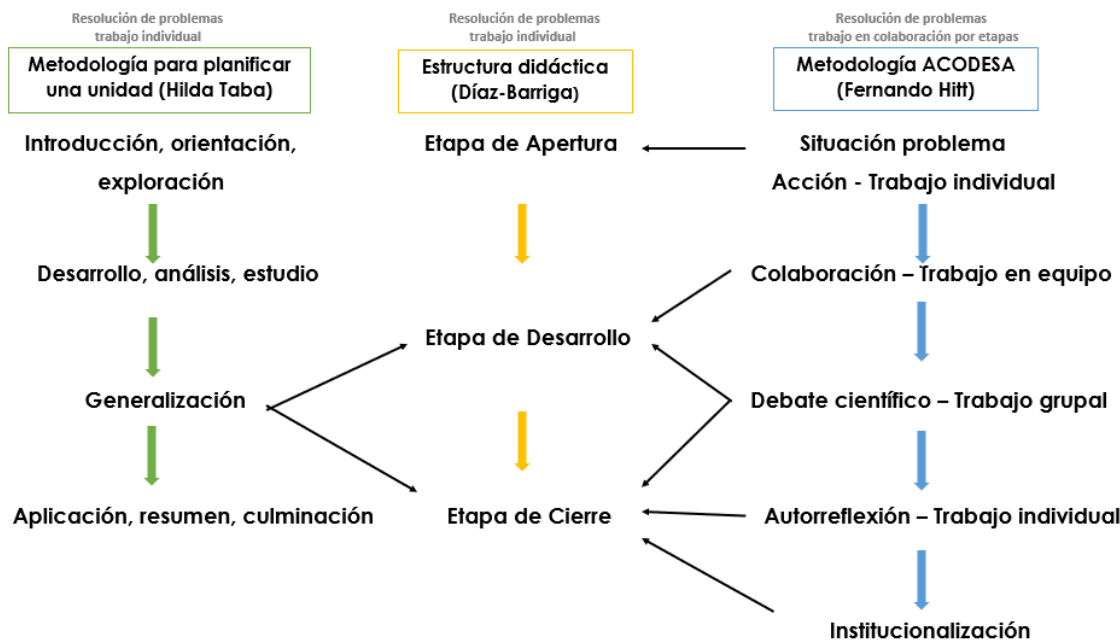


Figura 1: Esquema de la articulación teórica. Fuente: elaboración propia

Acciones metodológicas

La metodología es de carácter cualitativo y está constituida por las siguientes acciones.

Fases	Acciones metodológicas
1.- Acciones relacionadas con el objetivo específico 1	Investigación de las aportaciones hacia el diseño de secuencias didácticas. Caracterización de la estructura didáctica en la que se desglosará la secuencia, a partir del análisis de varias estructuras didácticas.
2.- Acciones relacionadas con el objetivo específico 2	Caracterización y elaboración de las situaciones problema, a partir de la revisión de libros, artículos y revistas científicas relacionadas con la matemática.
3. Acciones relacionadas con el objetivo específico 3	Establecimiento del uso de GeoGebra para la secuencia didáctica, a partir de la revisión de aportaciones donde se utilice como recurso educativo la tecnología.
4. Acciones relacionadas con el objetivo específico 4	Elaboración de la metodología de diseño para secuencias didácticas, tomando como base la articulación de los referentes teóricos utilizados. Diseño de secuencias didácticas basándose en la metodología elaborada. Análisis de las secuencias didácticas diseñadas, tomando como referencia las características que presenta la metodología y analizando su correspondencia con esta.
5. Acciones relacionadas con el objetivo específico 5	Elaboración de las reflexiones didáctico – matemáticas, con el propósito de que el docente identifique las características que describe la metodología de diseño.

	Estructuración de un curso-taller dirigido a profesores de matemáticas para probar la metodología y diseños de secuencias didácticas elaborados. Valoración de la metodología de diseño, a partir del análisis de los productos elaborados en el curso-taller implementado.
6. Acciones relacionadas con el objetivo general	Valoración de la metodología de diseño a partir del análisis general del curso-taller.

Tabla 1: Acciones metodológicas. Fuente: elaboración propia

Características de la propuesta metodológica elaborada

Una vez realizada la articulación de los referentes teóricos, se ha dado forma a una propuesta metodológica que presenta las siguientes características: se parte de una situación problema que no hace alusión a la matemática que será utilizada, contextualizada en la medida de lo posible para mostrar la aplicación, significado y utilidad de la matemática.

La metodología especifica el objetivo de cada uno de los elementos de la estructura didáctica (apertura, desarrollo y cierre); las actividades y preguntas en la apertura están orientadas hacia la comprensión de la situación problema, en el desarrollo se ponen en juego los procedimientos matemáticos necesarios para la resolución de la situación problema; cuando se considera pertinente se abre una etapa de generalización cuyo propósito es la ampliación de las aplicaciones de los conceptos matemáticos en la etapa de desarrollo y por último en el cierre se institucionalizan y formalizan los conceptos matemáticos que han emergido durante la resolución de la situación y durante la generalización.

Se incorpora el uso de tecnología dentro de la metodología con el objetivo de vincular varios contenidos y poner en juego el pensamiento matemático del alumno. Se considera que el software GeoGebra es una herramienta potente para llegar al objetivo propuesto, ya que esta tecnología brinda la posibilidad de enriquecer la discusión sobre los conceptos, de diversificar los problemas o ejercicios y de explorar varias estrategias de solución. Permite además que el alumno explore y visualice el significado de las relaciones entre los objetos matemáticos.

La metodología incluye recomendaciones específicas para incorporar el uso de tecnología digital, específicamente GeoGebra, para cada una de las etapas de la estructura didáctica. En la etapa de apertura GeoGebra se utiliza para construir simulaciones de la situación problema, que permitan explorar esta situación de manera cualitativa, en la etapa de desarrollo y generalización GeoGebra se usa para modelar la situación problema desprovista del contexto en el que se planteó y para modelar también las generalizaciones surgidas durante el proceso de resolución de la situación. En la etapa de cierre el software se usa como herramienta para justificar los resultados matemáticos surgidos durante el desarrollo de la secuencia o bien para plantear estrategias de solución diferentes a las empleadas.

Diseño de secuencias didácticas aplicando la propuesta metodológica

Con base en la propuesta metodológica elaborada se realizaron tres diseños de secuencias didácticas, con la intención de poner a prueba la metodología y aplicarlas en un curso-taller para docentes. Estos diseños fueron analizados a priori para identificar si la secuencia lograba responder a las características que se establecieron en la propuesta metodológica elaborada. Una vez concluido el diseño de las secuencias didácticas se elaboró el programa de un curso-taller para docentes en el cual las secuencias diseñadas se analizaron como punto de partida.

Implementación de un curso-taller

Con el propósito de involucrar a los docentes en el diseño de secuencias didácticas, se elaboró un curso-taller en el cual participaron 11 docentes de matemáticas, con una duración de 40 horas. La finalidad del curso-taller fue analizar si era posible elaborar diseños de secuencias didácticas, los cuales presentaran las características que integran esta metodología. Para llevar a cabo este curso-taller, se utilizaron tres diseños de secuencias didácticas, una de ellas se muestra arriba de este apartado y se elaboraron reflexiones didáctico – matemáticas con la intención de que el docente identificará y se familiarizará con los elementos de la propuesta metodológica, a través de la reflexión del trabajo realizado en la resolución de las secuencias.; así como también se elaboró un banco de situaciones problema, con el propósito de facilitar la tarea a los participantes en la transformación de las situaciones para los fines del presente estudio.

Las actividades realizadas fueron las siguientes: a) Abordar y analizar secuencias didácticas previamente diseñadas con la metodología propuesta, b) analizar la metodología propuesta tomando como referencia las secuencias didácticas discutidas y c) diseñar secuencias didácticas a partir de la metodología propuesta.

Análisis

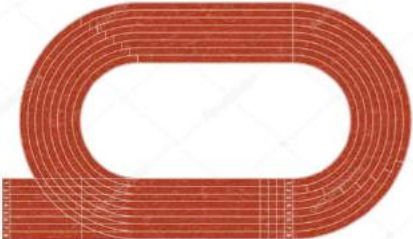
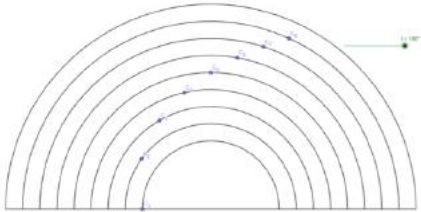
A continuación, se describen los análisis que se realizaron. Las herramientas para recolectar la información fueron: producciones en papel de los docentes, grabaciones de audio a un equipo de trabajo, diario de campo (observaciones durante el diseño de secuencias), grabación de video a las exposiciones de las secuencias diseñadas y un formato de evaluación para los participantes.

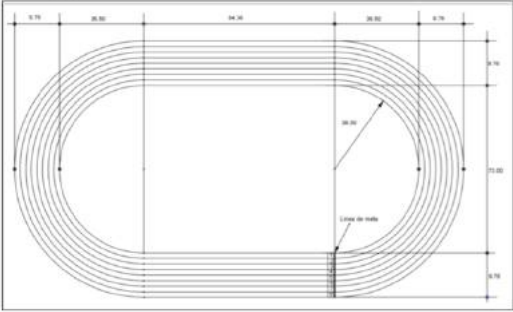
Análisis de las secuencias didácticas diseñadas por los docentes

Se tomaron como foco de atención los productos elaborados por los docentes, para evaluar la forma en que toman en cuenta las características de la metodología propuesta en los diseños construidos, así como también se identificaron los propósitos que persiguen en cada una de las actividades, esto con la finalidad de analizar la correspondencia entre la perspectiva de diseño que tiene el docente y las ideas propuestas por los instructores en el curso-taller.

Se analizó de manera general la forma en que se contrastan los elementos del producto con la metodología, la coherencia entre las actividades elaboradas con los propósitos de la estructura didáctica, la forma en que sugieren organizar el trabajo en el aula y el papel que presenta el alumno y docente, el uso que le asignan los docentes a la tecnología en la secuencia diseñada y el nivel de matemática que se utiliza en el producto elaborado por el docente.

A continuación, se muestra el análisis de una secuencia didáctica diseñada por un equipo de docentes.

Secuencia didáctica	Análisis del producto
Etapa de Apertura	
<p>Secuencia Didáctica: La pista Apertura</p> <p>En la figura 1 se muestra un plano con las medidas oficiales en metros que debe tener una pista de atletismo para carreras de 400 metros planos. La pista tiene 8 carriles numerados del 1 al 8, llamaremos aquí corredor 1 al atleta que corre por el carril 1, corredor 2 al que corre por el carril 2 y así sucesivamente.</p>  <p>Trabajo individual</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Correrán todos los jugadores la misma distancia si todos parten de la línea de meta y su línea de llegada es también la línea de meta? Explica tu respuesta. 2. El applet1 muestra que sucedería en la primera curva de la pista si todos los jugadores salen de la línea de meta al mismo tiempo y suponiendo que todos corren a la misma velocidad.  <ol style="list-style-type: none"> 3. Escribe con tus palabras lo que observas. 4. Explica por qué el corredor 1 es el primero en recorrer la curva si todos avanzan a la misma velocidad. <p>Trabajo en equipos</p> <ol style="list-style-type: none"> 5. ¿Por qué los corredores, al inicio de una carrera, se ubican en una fila escalonada? 	<p>El docente seleccionó una situación problema del banco de situaciones problema, sin embargo, adaptan la situación problema acorde al contenido que desean promover. Una situación ideal sería que primero el docente fuera consciente de un contenido y a partir de ahí concebir una situación problema (Hitt y Quiroz, 2009; Soto, Hitt y Quiroz, 2019). Dentro de la situación problema, el texto se dedica a dar información acerca de la imagen incluida en tal situación. Sin embargo, no se define un contexto que dé pie a la formulación de un problema. La motivación es uno de los puntos más importantes en la enseñanza de las matemáticas (Gravemeijer y Doorman, 1999). Al no elaborar apropiadamente la situación problema, los docentes no analizan con mayor profundidad cuál será la matemática presente. Establecen preguntas muy generales, en lugar de plantear cuestionamientos que necesiten de mayor profundidad, que vayan conduciendo hacia una temática matemática específica. Solicitaron apoyo técnico y matemático de los instructores para realizar la construcción, dado que ellos tenían la idea de cómo podría ser la construcción, pero desconocían como elaborarla en GeoGebra. Los docentes no tenían claro que la construcción de un applet requiere establecer relaciones matemáticas en el software para poder plasmar la idea pretendida en la actividad (Rabardel, 1995). El applet logra cumplir con el papel de simulador de la situación problema. El docente necesita tener una mayor interacción con el uso de softwares para desarrollar su potencial en las tareas matemáticas. Precisamente el docente tendría que pasar por un proceso de “<i>génesis instrumental</i>” como lo han señalado autores como (Rabardel, 1995; Guin y Trouche, 1999).</p>

Etapa de Desarrollo	
<p>Desarrollo</p> <p>Trabajo en equipos</p>  <p>5. Describan la trayectoria que realiza cada corredor.</p> <p>6. ¿Cómo obtendrían la distancia que corre un jugador en las curvas?</p> <p>7. Calculen la distancia que recorre el jugador 1 al dar una vuelta completa.</p> <p>8. Expongan ante el grupo como obtuvieron la distancia recorrida por el jugador 1.</p> <p>Trabajo individual</p> <p>9. Como el ancho de cada carril tiene una medida oficial de 1.22 m, ésa será la distancia que separará a los Corredores 1 y 2. Calcula la distancia que recorrerá el Corredor 2, si parte de la línea de meta y su línea de llegada es también la línea de meta.</p> <p>10. Si la línea de salida del Corredor 1 es la línea de meta, ¿dónde deberá ubicarse la línea de salida del Corredor 2 para que los Corredores 1 y 2 recorran la misma distancia para llegar a la meta?</p> <p>11. Indica dónde deberán ubicarse, al inicio de la carrera, cada uno de los otros corredores (corredores 3, 4, 5, 6, 7 y 8) para que todos recorran la misma distancia al llegar a la meta.</p> <p>12. Expón ante el grupo tus conclusiones.</p>	<p>La etapa de desarrollo rescata los propósitos que se establecen en la metodología propuesta. Los docentes lograron identificar en qué momento introducir las diferentes modalidades de trabajo con respecto al propósito de aprendizaje del alumno.</p> <p>Los tipos de preguntas muestran un intento de involucrar otros contenidos matemáticos como la proporcionalidad, pero los docentes descartan introducir este contenido y se enfocan en el perímetro.</p> <p>Incluyen el trabajo en equipo como apoyo para llevar a cabo tareas complicadas de la secuencia didáctica, y al mismo tiempo el diálogo grupal para comunicar las diferentes representaciones de las estrategias de cada equipo, así como la autorreflexión para reforzar lo aprendido de manera individual a partir de la práctica (Hitt, Saboya y Cortés, 2017).</p> <p>No se describe el papel que el docente tendrá al momento de llevar a cabo en el aula estas diferentes modalidades de trabajo (Hitt, Saboya y Cortés, 2017).</p> <p>El diseño no presenta un applet dentro de la etapa de desarrollo, dado que los docentes presentaron dificultades para poder realizarlo dentro del software por falta de conocimiento acerca de su uso y de cómo representar la imagen de la pista (Rabardel, 1995; Guin y Trouche, 1999; Soto, Hitt y Quiroz 2019).</p>
Etapa de Cierre	
<p>Cierre</p> <p>Trabajo individual</p> <p>1. Se te entregará el dibujo de una circunferencia y su punto medio en una hoja blanca. Sigue las instrucciones para que a partir de ellas descubras un procedimiento para calcular la longitud de una circunferencia.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Traza el diámetro de la circunferencia. -Corta al menos cuatro trozos de hilo cuya longitud sea la medida del diámetro. -Con esos trozos de hilo rodea la circunferencia. <p>¿Cuántos trozos de hilo necesitaste para rodear completamente la circunferencia?</p> <p>2. A partir de lo realizado expresa un procedimiento para encontrar la longitud de la circunferencia.</p> <p>3. Observa cuidadosamente el Applet 2 y responde lo siguiente: ¿el procedimiento que desarrollaste es equivalente al mostrado en el Applet?</p>	<p>Se promueve el uso de manipulatives, lo cual motiva al alumno a realizar la actividad y permite activar su imaginación y su razonamiento matemático (de acuerdo con el método de enseñanza ACODESA).</p> <p>Se promueve la generalización a partir del establecimiento de una fórmula que permita calcular el perímetro del círculo. El applet sirve para mostrar los resultados de la actividad realizada con los manipulatives.</p> <p>El proceso de institucionalización fue una tarea complicada para los docentes dado que el cierre se limita a descubrir fórmulas geométricas en lugar de enfatizar la formalización de los conceptos matemáticos utilizados (Hitt y Cortés, 2009). Esto nos indica que los docentes no logran abstraer la</p>

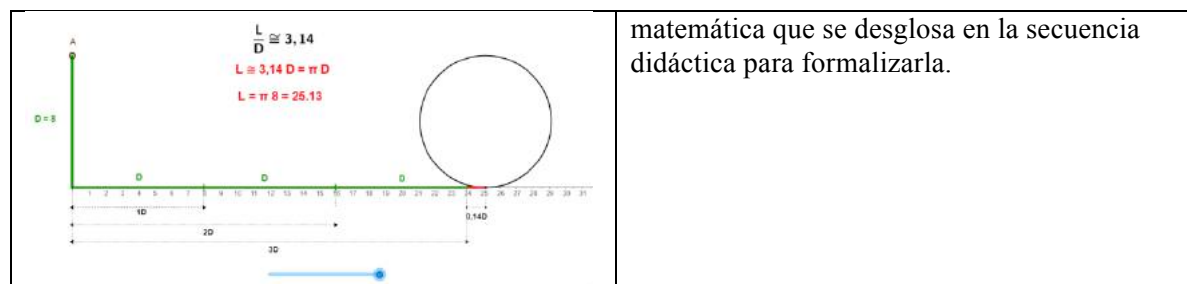


Tabla 2: análisis de la secuencia elaborada por el equipo 1. Fuente: elaboración propia.

Análisis del curso-taller impartido

Una vez culminado el curso-taller, se analizaron las percepciones de los profesores sobre los elementos metodológicos, la correspondencia entre el producto y la metodología propuesta y las secuencias didácticas elaboradas por los profesores. A partir de este análisis obtuvo una idea general sobre cuáles fueron los aspectos en los cuales se requirió dedicarle más tiempo y por qué, y cuáles fueron las ventajas y desventajas de haber impartido en tales condiciones el curso-taller a los docentes.

Resultados y conclusiones

Los docentes lograron adaptarse a la metodología propuesta a partir de la experiencia que obtuvieron al abordar y analizar las secuencias didácticas contrastándolas con la metodología; las reflexiones didáctico-matemáticas sobre las secuencias previamente diseñadas les permitieron identificar las características de la metodología empleada para el diseño.

El curso-taller ha puesto en evidencia que los docentes pueden aplicar esta metodología para diseñar sus propias secuencias cuando trabajan en colaboración con otros docentes, aunque han enfrentado dificultades principalmente a la hora de institucionalizar la matemática involucrada en la secuencia y al construir en GeoGebra los applets propuestos por ellos mismos.

Las situaciones problema resultaron ser un reto para el docente, se recomienda en una segunda edición del curso, se abra un espacio más amplio dedicado a la formulación de situaciones problema por parte de los asistentes al curso, sobre los temas matemáticos de su mayor interés.

La metodología se logró estructurar articulando elementos teóricos, esta fue valorada a través de la implementación de un curso – taller en el que los participantes lograron diseñar secuencias didácticas.

Los elementos teóricos tomados de Díaz-Barriga y Taba sirvieron como base para el diseño de la estructura didáctica, sin embargo, fue necesario adaptarlos de acuerdo con las especificaciones que la disciplina necesita.

Referencias

- Díaz-Barriga, Á. (2013). Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 17(3), 11-33. Disponible en: <https://recyt.fecyt.es/index.php/docenteado/article/view/41685/23758>
- Gravemeijer, K. and Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics* 39, 111-129. <https://doi.org/10.1023/A:1003749919816>
- Guin, D., y Trouche, L. (1999). The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments: The Case of Calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 3, 195-227. doi:10.1023/A:1009892720043

- Hitt, F. y Cortés, C. (2009). Planificación de actividades en un curso-taller sobre la adquisición de competencias en la modelización matemática y uso de calculadora con posibilidades gráficas. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, 10(1), 1-30. Disponible en:
<http://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/1977>
- Hitt, F., Saboya, M., and Cortés, C. (2017). Task design in a paper and pencil and technological environment to promote inclusive learning: An example with polygonal numbers. En G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini, y U. Gellert (Eds.), *Mathematics and Technology* (pp. 13–30). Cham, Switzerland: Springer International Publishing.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-51380-5>
- Hitt, F., and Quiroz, S. (2017). Aprendizaje de las matemáticas a través de la modelación matemática en un medio sociocultural ligado a la teoría de la actividad. *Revista Colombiana de Educación* 73, 153-177.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in high school mathematics: reasoning and sense making*. Reston, Va.: NCTM.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments Contemporains*. Disponible en: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01017462/document>
- SEP (2011). *Plan de estudios 2011. Educación Básica*. CDMX: SEP. Disponible en:
<http://comisioniberoamericana.org/gallery/planestudios11.pdf>
- Soto, J-L., Hitt, F. y Quiroz, S. (2019). Distinción entre ejercicio, problema y situación problema en un medio tecnológico y ejemplos en diferentes niveles educativos. En S. Quiroz, E. Nuñez, M. Saboya y J. L. Soto (Eds.), *Investigaciones teórico prácticas sobre la modelación matemática en un medio tecnológico* (pp. 25-40). México: AMIUTEM.
- Taba, H. (1962). *La elaboración del curriculum*. Buenos Aires: Troquel.