

ELEMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS PARA ANALIZAR LA PRÁCTICA DE LOS PROFESORES: EL MODELO DE ENSEÑANZA

Ulises Salinas-Hernández
UNAM, CCH-Sur
ulissesh@cch.unam.mx

Luis Moreno-Armella
Cinvestav-IPN
lmorenoarmella@gmail.com

Isaias Miranda
IPN, CICATA-Legaria
imirandav@ipn.mx

En este artículo se presentan y discuten algunos elementos teóricos y metodológicos de una investigación más amplia que analiza la práctica de dos profesores -novato y experto- desde una aproximación teórica de orientación semiótica. Se presenta un encuadre teórico que nos permite atender las dimensiones epistemológica y didáctica de la práctica docente. Se resaltan tres conceptos: signo, artefacto y mediación. Asimismo, se propone, a través de la red de teorías (Kidron & Bikner-Ahsbals, 2015), el modelo de enseñanza del profesor como constructo teórico-metodológico para analizar la práctica docente. Se reporta el modelo de enseñanza para el fenómeno de la caída libre de objetos; en donde se considera, a su vez, la estrecha relación entre matemáticas y física. Se presentan algunos resultados sobre la aplicación del modelo de enseñanza para el análisis de un profesor novato.

Keywords: Modelos, Artefactos, Recursos, Teoría de la Actividad

El presente trabajo se ubica tanto en el marco de investigaciones enfocadas en analizar la práctica del profesor (e.g., Adler, 2000; Pepin, Xu, Trouche, & Wang, 2017; Sfard, 2005; Stockero et al., 2018), así como en el interés de situar la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias como una actividad mediada (e.g., Dobber & van Oers, 2015; Mariotti, 2009). Moreno-Armella y Sriraman (2010) consideran que el acceso a los objetos [matemáticos] ocurre a través de los mediadores (como el lenguaje). De manera que la relación objeto-sujeto no tiene lugar de manera directa.

Dos elementos [*mediadores*] que permiten al sujeto interactuar con los objetos matemáticos tanto en su carácter histórico como en su contexto cultural son el *signo* -en el sentido de Vygotsky (2009)- como instrumento psicológico; y los *artefactos* -en el sentido de Wartofsky (1979)- como representaciones de los modos de la *actividad*. Ambos elementos aparecen, a su vez, como *mediadores* entre el hombre y su entorno. Los *signos* se caracterizan no por su naturaleza representacional sino por su papel funcional: como medios de regulación externa o material de autocontrol. Son utilizados [los *signos*] por los individuos para controlar su propia actividad e influir en la de los demás (Kozulin, 2000). Por lo tanto, al colocarse entre el sujeto y el entorno, el lenguaje y otros medios culturales de significación [*signos*] hacen que el entorno sea percibido por el sujeto ya no en su estado ‘puro’ sino como un entorno transformado por la acción que ejercen inevitablemente los lentes que ofrece la cultura. La noción de *artefactos* se desarrolla en la siguiente sección.

Es así como se resalta el aspecto de la *mediación* como elemento fundamental para el análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Es importante señalar que en la presente investigación se considera que la noción de la *mediación* no es suficiente para llevar a cabo el análisis de las prácticas de enseñanza. Para situar la *mediación* en el plano pedagógico se incorpora una aproximación que resalta el *uso* de *recursos* en la práctica docente: la *Aproximación Documental de lo Didáctico* (ADD) (Gueudet & Trouche, 2009; 2012). Con el objetivo de analizar la manera en que los profesores estructuran y representan sus conocimientos en el salón de clases, en este

trabajo se aborda el fenómeno de la caída libre de objetos y sus representaciones a través de gráficas cartesianas. En su investigación, Salinas-Hernández y Miranda (2018) analizan cómo las gráficas cartesianas están incluidas en una forma cultural sobre el entendimiento [de formas de hacer y de pensar] del movimiento de objetos. Se plantea así la siguiente pregunta de investigación: ¿cuáles son las características del *modelo* de enseñanza de un profesor novato en torno a la enseñanza de la caída libre de objetos?

Marco conceptual

El marco conceptual de la investigación considera elementos de la *Teoría de la Actividad* (TA) en el trabajo de Engeström (2001), el uso de *artefactos* y la noción de *modelos* (Wartofsky, 1979) y el *uso* de *recursos* (Gueudet & Trouche, 2009; 2012). Estas aproximaciones teóricas se integran alrededor de un objetivo común: interpretar la práctica docente como una *actividad* concreta orientada a objetos (motivos), a través de la *mediación* de *signos*, *herramientas/artefactos* y *recursos*. A su vez, este marco proporciona un encuadre teórico que permite dar atención a las dimensiones epistemológica y didáctica de la pregunta de investigación. La dimensión epistemológica se asocia, por un lado, con el análisis sociocultural del concepto de *sistema de referencia* –dentro de los procesos de producción de significados que ocurren en el salón de clases– para el análisis del fenómeno de caída libre; y por el otro lado, también se asocia al análisis del conocimiento de los profesores sobre el mismo concepto. A este respecto, se sigue una perspectiva que sitúa al conocimiento bajo prácticas sociales que se constituyen social y culturalmente. La dimensión didáctica de la pregunta de investigación está relacionada con los criterios y la manera (a partir de las experiencias docentes y conocimientos propios) que tiene el profesor novato para representar ante sus alumnos el concepto de *sistema de referencia*.

La Teoría de la Actividad a través del trabajo de Engeström

Lo que distingue a las diferentes aproximaciones de la TA, entre sí, es: qué constituye la esencia de la *actividad*. Lo más importante es que los tres elementos: el porqué un individuo [maestro o estudiante, en el contexto educativo] participa en la *actividad* de “hacer matemáticas”, con quién realiza la *actividad* y con qué *herramientas*; estos tres elementos no pueden ser separados y analizados en sí mismos, sino de manera integral. En particular, Engeström (2001) extiende el planteamiento de Vygotsky sobre la *mediación* a través de los *signos* y *herramientas* y el de Leont’ev sobre la labor, a múltiples formas de *mediación* en lo que denominó: *sistema de actividad*. Ahora la unidad de análisis es, al menos, dos sistemas de actividad interactuando entre sí (Figura 1).

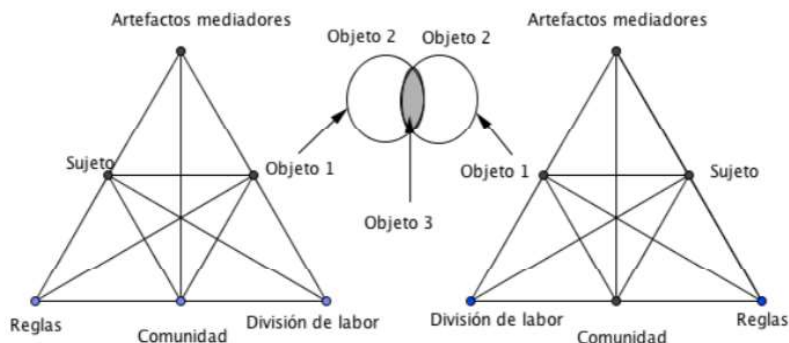


Figura 1: Representación de Engeström sobre los *sistemas de actividad*, basado en la mediación y en el trabajo de Leont’ev

Una aproximación sobre el uso de artefactos: la noción de modelos

Para Wartofsky (1979) la característica fundamental de la práctica cognitiva humana es la habilidad para crear representaciones. Señala que, a diferencia de los animales no humanos, los seres humanos crean los medios de su propia cognición: los *artefactos*. Además de considerar al lenguaje, Wartofsky (1979) introduce las formas de organización e interacción social, las técnicas de producción, y la adquisición de habilidades, como *artefactos*. De manera que, al producir *artefactos* [medios cognitivos] para su uso, se producen *representaciones*. Porque los *artefactos*, además de su uso, representan el modo de actividad en el que se usan, o el modo de su propia producción [modos de representación]. Es decir, el *artefacto* es tanto un *medio cognitivo* como un *modo de representación*. Por lo tanto, al producir *artefactos* se producen *representaciones*, a través de las cuales el ser humano logra el conocimiento. En el ámbito científico, la producción de *artefactos* [cognitivos] produce a su vez *modelos*. Wartofsky (1979) define los *modelos* como *representaciones* para nosotros mismos de lo que hacemos, de lo que queremos y de lo que esperamos. Son modos de acción adquiridos. En palabras de Wartofsky (1979):

El modelo se considera una construcción en la cual organizamos símbolos de nuestra experiencia o de nuestro pensamiento, de tal manera que realizamos una representación sistemática de esta experiencia o pensamiento, como medio de entenderlo o de explicarlo a los demás. (p. xv; traducción libre)

De manera que: (1) no hay conocimiento sin *representación* y (2) las *representaciones* y *artefactos* son los elementos que evidencian el conocimiento humano (en nuestra investigación, el conocimiento del profesor).

Aproximación documental de lo didáctico

Gueudet y Trouche (2009; 2012) proponen un enfoque teórico cercano, en la conceptualización de *recursos*, de la propuesta de Adler (2000). Pero ampliando la noción de *recursos* a todos aquellos que intervienen en la comprensión y resolución de problemas, no restringiéndose a los provenientes de objetos materiales. Estructuran su propuesta teórica bajo el nombre de *Aproximación Documental de lo Didáctico* (ADD). En esta propuesta, el *trabajo documental* (TD) es el núcleo de la *actividad* de los profesores y de su desarrollo profesional. Comprende todas las interacciones de los profesores con los *recursos*: su selección y el trabajo con ellos.

Los autores hacen la diferencia entre *recursos* y *documentos*. Así, los *documentos* son desarrollados a través de lo que denominan *génesis documental*. En la *génesis documental*, los *documentos* son creados y desarrollados, en el tiempo, a partir de un proceso en el cual los profesores construyen *esquemas de utilización* de los *recursos* para situaciones dentro de una variedad de contextos, proceso que se ejemplifica por la ecuación: documento = recursos + esquemas de utilización (Gueudet & Trouche, 2009, p. 205). Para dar cuenta de la variedad y del diseño de *documentos* y la manera en que los profesores los articulan en una variedad de situaciones, los *documentos* se estructuran en un *sistema de documentación*, en donde el *sistema de recursos* del profesor constituye la parte del “recurso” del *sistema de documentación*. Es importante señalar que en la *génesis documental* uno de los objetivos es concebir la *actividad* del profesor orientada por objetivos, y conceptualizarla como actividad social. Esta consideración de la *actividad* conlleva a poner atención en los contextos sociales de los diferentes grupos en la que ésta esté presente (Gueudet & Trouche, 2012). De manera particular, los autores hacen referencia

a la TA, como la teoría sobre la cual desarrollaron su propia aproximación teórica (Gueudet & Trouche, 2012); y señalan que: “[L]a referencia a la teoría de la actividad también está directamente relacionada con nuestro interés en la mediación y los artefactos mediadores” (Gueudet & Trouche, 2012, p. 24; traducción libre). Es así como se integra la ADD en la presente investigación, para abordar la dimensión didáctica de la pregunta de investigación.

Metodología

Se plantea una investigación cualitativa, mediante estudios de caso (Cohen, Manion & Morrison, 2004). Con la finalidad de establecer las categorías y elementos de análisis se propone el modelo de enseñanza del profesor. Para los objetivos de este artículo se expone el modelo de enseñanza sobre el movimiento de objetos. Este constructo teórico-metodológico se produce a partir de la integración de las teorías expuestas en el marco conceptual (*networking of theories* (Kidron & Bikner-Ahsbahs, 2015)).

El modelo de enseñanza del profesor sobre el movimiento de objetos

Modelo C & Modelo E. Se parte de dos suposiciones. (1) La práctica del profesor considera modos (científicos-institucionales) de acción cognitiva humana y modos de representación: *modelos* [científicos-institucionales] (Wartofsky, 1979). En particular, respecto al movimiento de objetos, se define el *modelo C* como el *modelo* científico –newtoniano– actual que considera cada profesor para producir sus propios *modelos de enseñanza E*: sus prácticas y conocimientos pedagógicos. Es en el *modelo C* que se ubica el contenido físico-matemático de la investigación (e.g., los significados científico-institucionales sobre el concepto de sistema de referencia (SR)). (2) Cada profesor produce, a lo largo de su formación académica y de sus años de práctica docente, un *modelo E* que representa, por un lado, el modo de acción adquirido del *modelo C*, esto es, la manera en que cada profesor ha organizado los símbolos de su experiencia y de su pensamiento en torno al *modelo C* para explicarlo a los estudiantes; y por otro lado, los modos de representación de ese conocimiento adquirido (representaciones y artefactos desarrollados por los profesores). El *modelo E* incorpora el *trabajo documental* de cada profesor, en particular sobre los criterios de selección y *uso* de *recursos*, así como planeación e implementación de clase (planeación e implementación de *sistemas de actividad*).

Sistemas de actividad. Se propone que los *sistemas de actividad principales* y los *sistemas de actividad particulares* (*sub-sistemas de actividad*) son producidos a partir tanto del *modelo C* como del *trabajo documental* (TD) de cada profesor.

Los *sistemas de actividad principales* y *particulares* se producirán a partir de la *actividad* (interacciones en el salón de clase, *uso* de *artefactos mediadores* y *recursos*) que se desarrolla en el salón de clases a partir de una tarea (e.g. resolución de un ejercicio o discusión de un tema; ambos relacionados con el movimiento de objetos) propuesta por cada profesor durante sus clases. Se da lugar así –a partir de los objetivos de la tarea– a los objetivos principales de la *actividad*. A partir del *sistema de actividad principal* (e.g. encontrar la velocidad final de un objeto) y del *modelo C*, se derivan, también, *sub-sistemas de actividad* (e.g. *sistema de actividad* sobre el SR y *sistema de actividad* sobre el sistema de coordenadas cartesianas); que a su vez están en estrecha relación con el *sistema de actividad principal*, pero que tienen, sin embargo, objetivos particulares diferentes que ayudan a que el *sistema de actividad principal* se lleve a cabo (e.g. determinar un SR y/o utilizar un sistema de ejes coordenados).

Para establecer la manera en que se producen y desarrollan los *sistemas de actividad* se toma la noción de Gal’perin sobre la *base orientadora de la actividad*. La epistemología de Gal’perin “se basa en la noción de que la apropiación de nuevo conocimiento y habilidades es la

consecuencia de la acción humana.” (Haenen, 1993, p. 97, traducción libre). Por lo que los procesos de enseñanza-aprendizaje tienen como objetivo la mejora cualitativa del repertorio de acciones presentes y reales (Haenen, 1993). “La optimización de este repertorio depende de las representaciones del alumno, del objetivo, la estructura y los medios de mediación para ejecutar una determinada acción.” (Haenen, 1993, p. 97, traducción libre). El término *base orientadora* se usa para referirse a estas representaciones. De esta manera, los *sistemas de actividad principales* y los *sub-sistemas de actividad* se desarrollan a partir de las decisiones de cada uno de los profesores para representar los significados sobre los conceptos que se abordan.

Existen, por una parte, relaciones didácticas/semióticas ($R-\alpha$) entre el *modelo C* y cada *sistema de actividad principal*, y relaciones didácticas/semióticas ($R-\alpha'$) entre el *modelo C* y los *sub-sistemas de actividad*; y, por otra parte, relaciones semióticas ($R-\beta$) entre el *sistema de actividad principal* y los *sub-sistemas de actividad*; y relaciones semióticas ($R-\beta'$) entre los *sub-sistemas de actividad*. A continuación, la representación del esquema del modelo de enseñanza del profesor para el movimiento de objetos (Figura 2).

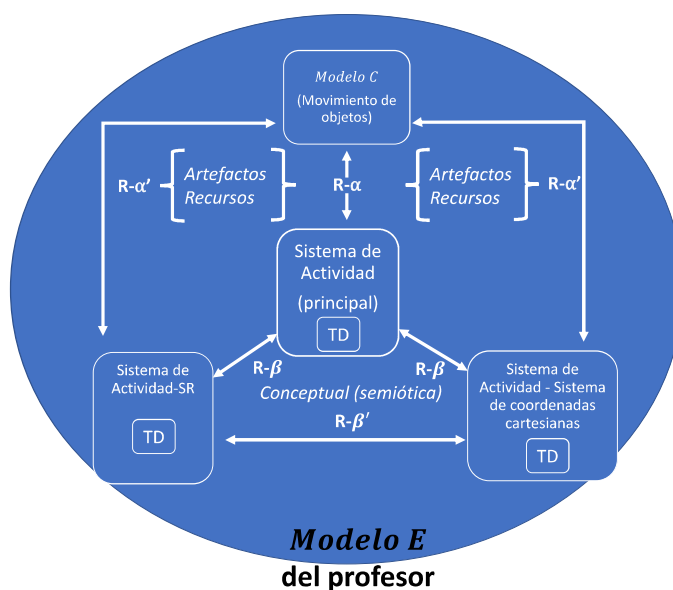


Figura 2: Esquema de las relaciones entre el modelo C y los sistemas de actividad producidos a partir del trabajo documental (TD) de un profesor

Para analizar las características del *modelo de enseñanza* de un profesor novato se trabajó con un profesor de física durante dos etapas, mediante la observación no participativa. El profesor, a quien se denomina Carlos (pseudónimo), contaba con 2 años de experiencia docente al momento de la primera toma de datos, egresado de la carrera de Física. En la primera etapa se videograbaron las clases de Carlos durante el tiempo que enseñó temas de cinemática y dinámica; con el objetivo de identificar los momentos en que abordaba los temas de caída libre y el concepto de SR. Se le observó un total de 20 horas de clase. Se hicieron transcripciones de extractos seleccionados. En la segunda etapa se volvió a realizar videograbaciones de las clases de Carlos, pero ahora solamente cuando enseñó temas particulares seleccionados de la primera etapa, con el objetivo de analizar cambios en su manera de enseñar después de dos años de experiencia docente. En esta segunda etapa se le observó durante 4 horas de clase. Se realizó, al final de la segunda etapa, una entrevista semiestructurada para tener más elementos de su *trabajo documental*.

Resultados y discusión

Para caracterizar el *modelo E* de Carlos se analizan las relaciones entre el *modelo C* y los *sistemas de actividad* (Figura 2). El análisis toma en cuenta tanto los *artefactos* como los *recursos* usados por Carlos. De manera que en lugar de analizar cada elemento (artefactos y recursos) de manera aislada, se realiza un análisis multimodal en donde se considera la estrecha relación entre ambos para establecer las relaciones antes mencionadas. Así, dos elementos importantes para analizar estas relaciones son, por un lado, los artefactos –en particular los gestos– que usa Carlos y que dan cuenta de su pensamiento (estructura cognitiva); y por otro lado el *trabajo documental* (uso de recursos) de Carlos que nos proporciona elementos de la componente pedagógica. Si se determina que en el *modelo E* de Carlos las diferentes relaciones ($R-\alpha$, $R-\alpha'$, $R-\beta$ y $R-\beta'$) se llevan a cabo de manera satisfactoria, entonces eso se representará en el esquema con una flecha continua. De lo contrario, en caso de haber dificultades para llevar a cabo las relaciones se representará con una línea punteada.

Se presentan algunos resultados de las características del *modelo de enseñanza* (modelo E) de Carlos. En la primera etapa, cuyos datos no se muestran en este artículo, Carlos tuvo dificultad al trabajar con el concepto de SR. En la segunda etapa, continuaron esas dificultades. A continuación, se muestran dos extractos que tuvieron lugar durante una clase de Carlos en la segunda etapa. Su análisis permite caracterizar su modelo de enseñanza. En la clase, Carlos abordó el tema del signo de una cantidad vectorial, en particular la aceleración de la gravedad $[g]$. El *sistema de actividad principal* de Carlos corresponde a su explicación sobre el significado del signo de la aceleración (se incluye a la aceleración de la gravedad). Así, después de que en la clase Carlos escribió en el pizarrón diferentes ecuaciones para analizar el movimiento de objetos, él dirigió la atención de los estudiantes hacia el significado del signo de la aceleración.

L1 Carlos: Puede que ustedes [*dirigiéndose a los estudiantes*] tengan que determinar esa aceleración. Pero esa aceleración al momento de determinarla, luego puede que salga un menos, ¿ok? O sea que puede que aquí [*señala las ecuaciones en el pizarrón en las cuales la aceleración puede ser negativa; Figura 3*] tengan un más o un menos en el resultado. Pero ¿que significa eso de un más o un menos? (...) puede haber una aceleración o una desaceleración. Eso es lo que significa cuando les de un menos o un más, ¿ok? (...) por ejemplo, si les da más [*el resultado positivo de la aceleración*], quiere decir que de nueve metros sobre segundo $[9 \text{ m/s}]$ aumentó a treinta metros sobre segundo $[30 \text{ m/s}]$. Y si les da menos [*el resultado negativo de la aceleración*], quiere decir que va frenando. Hay una desaceleración. Entonces quiere decir que de 30 [m/s] baja hasta 9 [m/s] , ¿ok? No se les tiene que olvidar ese menos.

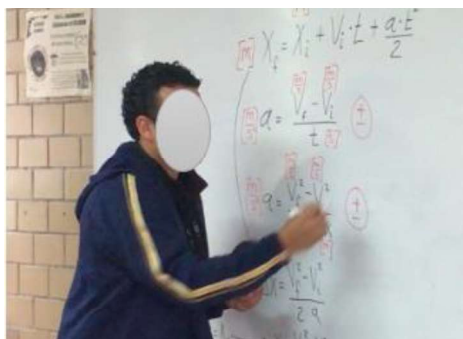


Figura 3: Carlos señala los signos de la aceleración

Desde un inicio, Carlos dirige la atención de los estudiantes hacia el significado del signo de la aceleración (L1). Sin embargo, en su explicación confunde el significado del signo negativo de la cantidad “aceleración” con el significado de “desaceleración”. Es importante señalar que en el *sistema de recursos* de Carlos se encuentra un libro de texto, cuyo autor es Giancoli (2006), que Carlos usa como apoyo [*recurso*] durante el desarrollo de sus cursos. En este libro de texto se señala el cuidado que se debe tener de no concebir el signo negativo de una aceleración como una desaceleración. Más adelante en la clase, Carlos aborda el tema del signo en relación con la caída libre de objetos:

L2 Carlos: Ahora, en el eje vertical, la diferencia es que esta aceleración que ustedes están viendo aquí [*se refiere a la segunda ecuación de arriba para abajo; Figura 3*] que es una constante siempre (...) pero en el eje vertical, esa aceleración ya no la van a tener que buscar. ¿Por qué?, porque esa aceleración va a ser la de la gravedad. (...) Entonces lo voy a poner así [*escribe en el pizarrón: $a=g=-9.8\text{ m/s}^2$*]. (...) Quiero que siempre le pongan el signo menos.

En L2 se observa cómo Carlos se auxilia del sistema de coordenadas cartesianas para situar el fenómeno físico de la aceleración de la gravedad. Así, se puede ver que se introduce otro *sistema de actividad: sistema de actividad–sistema de coordenadas cartesianas* (Figura 4). Este *sistema de actividad* debiera estar relacionado en el contexto del SR, es decir con el *sistema de actividad principal-SR*. Esto daría significado a los signos que se usan en el contexto del movimiento de objetos (*Modelo C*). Sin embargo, Carlos nuevamente, tal como lo hizo hace dos años, dice que “g” debe ser siempre utilizada con el signo negativo (L2).

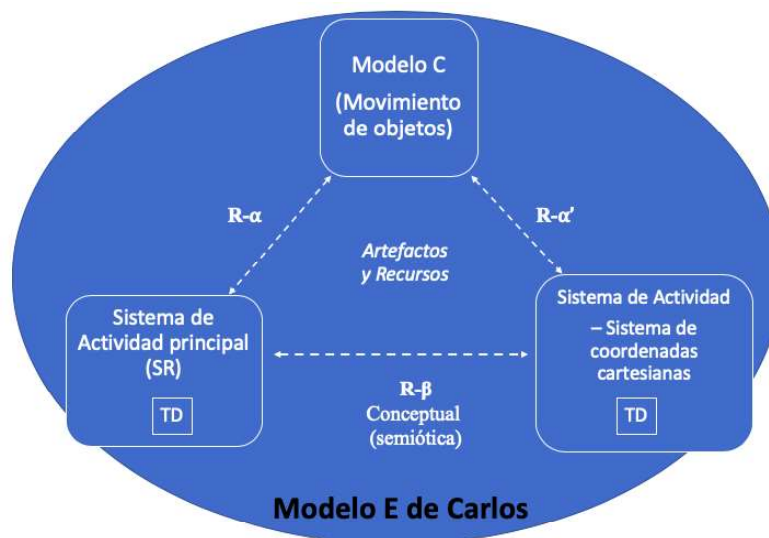


Figura 4: Esquema del modelo E del profesor Carlos

Respecto al *sistema de actividad principal* de Carlos, se observa que éste incorpora al *sistema de actividad-SR* (Figura 4). Sin embargo, se observa la dificultad, por parte de Carlos, de llevar a cabo una relación R-α, entre el *sistema de actividad principal* y el *Modelo C* (institucional). En esta dificultad, el uso del libro de texto –como *recurso* y como *artefacto*– adquiere especial importancia.

Conclusiones

En este artículo se expusieron elementos teóricos y metodológicos para analizar la práctica de los profesores. Se presentó el *modelo de enseñanza* como herramienta teórica y metodológica para analizar las prácticas de enseñanza. En particular, se presentaron características del *modelo de enseñanza* de un profesor novato. En el caso de Carlos –un profesor con 4 años de experiencia [antigüedad docente] al momento de que finalizó la segunda parte de la toma de datos– se concluyó, para los resultados presentados, que él tiene un *modelo E* representado por el esquema de la Figura 4. En el nivel epistemológico, este *modelo* se caracteriza por no estar presentes de manera conjunta las relaciones entre el contenido y los objetivos de los *sistemas de actividad principales* –producidos a partir de un *trabajo documental* y derivados a su vez de un *modelo científico-institucional (Modelo C)*, sobre el movimiento de objetos (relación R- α ; Figura 4)– tanto con un *sistema de actividad* sobre el SR (perteneciente al contexto físico), como con un *sistema de actividad* sobre el sistema de coordenadas cartesianas (perteneciente al contexto matemático). Estas relaciones (R- β ; Figura 4) permiten dar cuenta de los significados conceptuales que están presentes entre un *sistema de actividad principal* y otros *sistemas de actividad (subsistemas de actividad)* que surgen durante la actividad.

Referencias

- Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(3), 205-224.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2004). *Research methods in education*. USA: Routledge Falmer.
- Dobber, M., & van Oers, B. (2015). The role of the teacher in promoting dialogue and polylogue during inquiry activities in primary education. *Mind, Culture, and Activity*, 22(4), 326-341.
- Engeström, Y. (2001). Expansive Learning at Work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, 14(1), 133-156. <https://doi.org/10.1080/13639080020028747>
- Giancoli, D. (2006). *Física. Principios con aplicaciones*. México: Pearson Educación.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation system for mathematics Teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71, 199-218.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' work with resources: Documentational geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: Mathematics curriculum materials and teacher development* (pp. 189-213). New York: Springer.
- Haenen, J. (1993). Piotr Gal'perin His lifelong quest for the content of psychology (Doctoral dissertation). Proefschrift Vrije Universiteit Amsterdam. Met lit. opg. Met samenvatting in het Nederlands. Druk.
- Kidron, I., & Bikner-Ahsbahs, A. (2015). Advancing Research by Means of the Networking of Theories. In *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 221-232). Springer Netherlands.
- Kozulin, A. (2000). *Instrumentos psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. España: Paidós.
- Mariotti, M. A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: the role of the teacher. *ZDM*, 41(4), 427-440.
- Moreno-Armella, L. & Sriraman, B. (2010). Symbols and Mediation in Mathematics. In B. Sriraman & L. English (Eds.). *Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers*. Springer. 211-232.
- Pepin, B., Xu, B., Trouche, L., & Wang, C. (2017). Developing a deeper understanding of mathematics teaching expertise: an examination of three Chinese mathematics teachers' resource systems as windows into their work and expertise. *Educational Studies in Mathematics*, 94(3), 257-274. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9727-2>
- Salinas-Hernández, U., & Miranda, I. (2018). Relating Computational Cartesian Graphs to a Real Motion: An Analysis of High School Students' Activity. In *Signs of Signification* (pp. 55-71). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70287-2_4
- Sfard, A. (2005). What could be more practical than good research?: On mutual relations between research and practice of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 393-413.
- Stockero, S. L., Freeburn, B., Van Zoest, L. R., Peterson, B. E., & Leatham, K. R. (2018). Teachers' responses to instances of student mathematical thinking with varied potential to support student learning. In T.E. Hodges, G. J. Roy, & A. M. Tyminski, (Eds.), *Proceedings of the 40th annual meeting of the North American Chapter of*

- the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1076-1083). Greenville, SC: University of South Carolina & Clemson University.
- Vygotsky, L. (2009). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. España: Critica.
- Wartofsky M. (1979). *Models: representation and the scientific understanding*. Boston studies in the philosophy of science, vol. XLVIII. Boston (MA): Reidel Publishing Company.

THEORETICAL AND METHODOLOGICAL ELEMENTS TO ANALYZE TEACHER PRACTICE: THE TEACHING MODEL

In this article we present and discuss some theoretical and methodological elements of a wider research that analyzes the teaching practice of two teachers—novice and expert—from a semiotic theoretical approach. The conceptual framework of this work allows for addressing the epistemological and didactic dimensions of the teaching practice. Three concepts are particularly emphasized: sign, artefact, and mediation. Furthermore, we propose, through the networking of theories (Kidron & Bikner-Ahsbahs, 2015), the teacher’s teaching model as a theoretical-methodological construct to analyze the teaching practice. This work reports the teaching model for the phenomenon of a free-falling object, in which the close relation between mathematics and physics is addressed. Some results on the application of the teaching model are presented for the analysis of a novice teacher.

Keywords: Models, Artefacts, Resources, Activity Theory.

This work is supported by research analyzing the teacher’s practice (e.g., Adler, 2000; Pepin, Xu, Trouche & Wang, 2017; Sfard, 2005; Stockero et al, 2018) and seeks to position mathematics and science teaching as mediated activity (e.g., Dobber & van Oers, 2015; Mariotti, 2009). Moreno-Armella and Sriraman (2010) state that access to [mathematical] objects occurs through mediators as language. Then, the relation object-subject does not take place directly.

Two elements [*mediators*] that allow the subject to interact with mathematical objects, both historically and within the cultural context, are the *sign*—as defined by Vygotsky (2009)—as a psychological instrument and *artefacts*—according to Wartofsky (1979)—as representations of *activity* modes. Both elements appear in turn as *mediators* between the subject and the environment. *Signs* are characterized not by their representational nature but by their functional role as means of external regulation or self-control material. They [*signs*] are used by individuals to control their own activity and influence that of others (Kozulin, 2000). Therefore, when placed between the subject and the environment, language and other means of cultural significance [*signs*] make the subject perceive the environment not in its ‘pure’ state but as one transformed by the action inevitably exerted by the lens of culture. The notion of *artefacts* is presented in the next section.

This is how the role of *mediation* as a key element to the analysis of teaching-learning processes is emphasized. It must be noted that this research considers the notion of *mediation* is not enough to analyze teaching practices. To locate *mediation* in the pedagogical level, we have added an approximation that highlights the *use of resources* in teaching practice: *Documentational Approach to Didactics* (DAD, Gueudet & Trouche, 2009; 2012). The present work addresses the phenomenon of free-falling objects and their representations through

Cartesian planes to analyze how teachers structure and represent their knowledge in the classroom. In their research, Salinas-Hernández and Miranda (2018) analyze how Cartesian planes are culturally included on the understanding [of ways of doing and thinking] of object displacement. Then, we propose the following research question: Which are the characteristics of a novice teacher’s teaching *model* regarding the teaching of free-falling objects?

Conceptual Framework

The conceptual framework of this research includes elements of the *Activity Theory* (AT) in the work by Engeström (2001), the use of *artefacts* and the notion of *models* (Wartofsky, 1979), and the *use of resources* (Gueudet & Trouche, 2009; 2012). These theoretical approximations are integrated around a common objective: To interpret teaching practice as a concrete *activity* focused on objects (motifs), through the *mediation* of *signs*, *tools/artefacts*, and *resources*. Furthermore, this framework provides a theoretical approach that allows for focusing on the epistemological and didactic dimensions of the research question. The epistemological dimension is associated, on the one hand, to the sociocultural analysis of the concept of *reference system* —within the processes of production of meanings that occur in the classroom— to analyze the free-fall phenomenon. On the other hand, epistemology is associated to the analysis of the teachers’ knowledge on the same concept. Additionally, we follow an approach that places knowledge under social practices that are socially and culturally constituted. The didactic dimension of the research question is related to the criteria and the way (from teachers’ experiences and own knowledge) the novice teacher represents the concept of *reference system* in front of the class.

Activity Theory through Engeström’s Work

What distinguishes the approximations of AT between them is: What constitutes the essence of *activity*. The most import is that the three elements —why an individual [teacher or student in the education context] takes part in the “doing mathematics” *activity*; with whom the individual carries out the *activity*; and which *tools* the individual uses to do so— cannot be separated and analyzed in themselves but integrally. Particularly, Engeström (2001) expanded Vygotsky’s approach on *mediation* through *signs* and *tools* and Leont’ev’s on *labor* to multiple ways of *mediation* in what he called *activity system*. Now, the units of analysis are, at least, two activity systems interacting with each other (Figure 1).

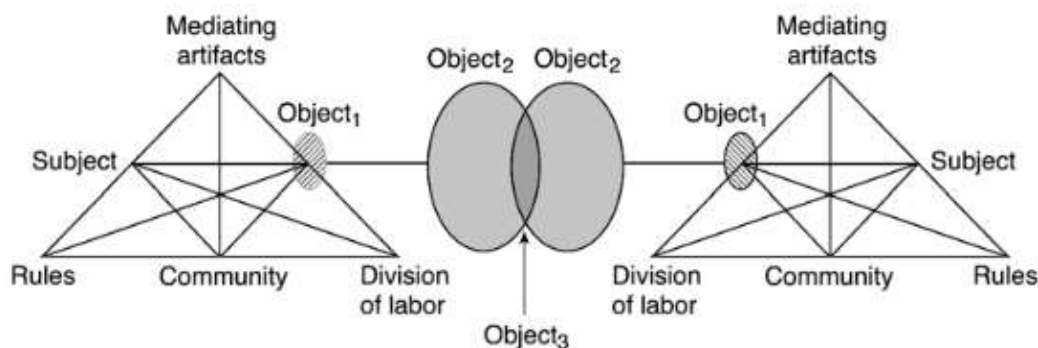


Figure 1: Engeström’s Representation on *Activity Systems*, Based on Mediation and Leont’ev’s work

An Approximation on the Use of Artefacts: The Notion of Models

Wartofsky (1979) stated that the basic characteristic of human cognitive practice is the ability to create representations. He considers that, unlike non-human animals, human beings create the means of their own cognition: *artefacts*. Besides taking into account language, Wartofsky (1979) introduces ways of social organization and interaction, production techniques, and the acquisition of abilities as *artefacts*. The latter represent not only the use but the way of activity in which they are used or the way their own production [representation modes] occurs. That is, the *artifact* is both a *cognitive medium* and a *representation mode*. Therefore, the production of *artefacts* creates *representations* through which the human being achieves knowledge. In the scientific field, the production of [cognitive] *artefacts* produces *models*. Wartofsky (1979) defines *models* as *representations* for us regarding what we do, want, and expect. They are acquired modes of action. In Wartofsky's (1979) words:

[T]he model is taken to be a construction in which we organize symbols of our experience or of our thought in such a way that we effect a systematic representation of this experience or thought, as a means of understanding it, or of explaining it to others. (p. xv)

Therefore: (1) there is no knowledge without *representation* and (2) *representations* and *artefacts* are elements that evidence human knowledge (in our research, the teacher's knowledge).

Documentational Approach to Didactics

Gueudet and Trouche (2009; 2012) propose a close theoretical approach in the conceptualization of *resources*, from Adler's proposal (2000). However, they expand the notion of *resources* to all those participating in understanding and solving problems, not restricted to those from material objects. They structure their theoretical proposal under the name of *Documentational Approach to Didactics* (DAD). In this proposal, the *documentational work* (DW) is the core of the teachers' *activity* and professional development. It comprises all the teachers' interactions with their choice of *resources* and the work with them.

The authors distinguish between *resources* and *documents*. Then, *documents* are developed through what they call *documentational genesis*. In the *documentational genesis*, *documents* are created and developed in time from a process in which teachers build *schemes of utilization of resources* for situations within a number of contexts. This process is represented by the equation: $\text{document} = \text{resources} + \text{schemes of utilization}$ (Gueudet & Trouche, 2009, p. 205). To provide an account of the variety and design of *documents* and the way teachers articulate them in different situations, *documents* are structures in a *documentational system*, in which the teacher's *resource system* constitutes the "resource" part of the *documentational system*. It must be noted that one of the objectives of *documentational genesis* is to consider the teacher's *activity* as goal-oriented and conceptualize it as a social activity. This consideration leads to paying close attention to the social contexts of the different groups in which the *activity* is present (Gueudet & Trouche, 2012). Particularly, the authors refer to AT as the theory from which they developed their own theoretical approach (Gueudet & Trouche, 2012) and state that: "The reference to activity theory is also directly connected with our interest in mediation and mediating artefacts" (Gueudet & Trouche, 2012, p. 24). This is how DAD is integrated into this research to address the didactic dimension of the research question.

Methodology

We propose a qualitative research through case studies (Cohen, Manion & Morrison, 2004). To establish the categories and elements of analysis, we also propose the teacher's teaching model. To achieve the objectives of this article, we present the teaching model on object displacement. This theoretical-methodological construct is produced from the integration of theories presented in the conceptual framework (*networking of theories*, Kidron & Bikner-Ahsbabs, 2015).

The Teacher's Teaching Model on Object Displacement

Model S & Model T. Two suppositions are assumed. (1) The teacher's practice considers (scientific-institutional) human cognitive action modes and representation modes: [scientific-institutional] *models* (Wartofsky, 1979). Particularly, regarding object displacement, *Model S* is defined as the current scientific —Newtonian—*model* that all teachers consider to produce their own *teaching models T*: their practices and pedagogical knowledge. Within *model S* is located the physico-mathematical content of the research (e.g., the scientific-institutional meanings on the concept of reference system, RS). (2) Throughout their academic education and their teaching practice years, teachers produce a *model T* representing, on the one hand, the action mode acquired from *model S*; that is, the way in which the teachers have organized the symbols of their experience and thought regarding *model S* to explain it to students. On the other hand, the representation modes of that knowledge acquired (representations and artefacts developed by the teachers). *Model T* adds the *documentational work* of each teacher; especially that on the selection criteria and *utilization of resources*, as well as planning and class implementation (planning and implementation of *activity systems*).

Activity systems. We propose that *main activity systems* and *particular activity systems* (*activity subsystems*) are produced from both *model S* and the teacher's *documentational work* (DW).

Main and *particular activity systems* will be produced from the *activity* (interactions in the classroom, *utilization of mediating artefacts* and *resources*) taking place in the classroom from a task (e.g., solving an exercise or discussing a topic, both related to object displacement) proposed by the teacher during class. This is how —from the objectives of the task— the main objectives of the *activity* arise. From the *main activity system* (e.g. finding the final velocity of an object) and *model S*, *activity subsystems* are derived (e.g. *activity system* on RS and *activity system* on the Cartesian coordinates system), which are, in turn, closely related to the *main activity system* but that have different particular objectives, allowing for the *main activity system* to be carried out (e.g., determine a RS and/or utilizing a coordinate axes system).

To establish how *activity systems* are produced and developed, we consider Gal'perin's notion on the *orienting basis of the activity*. Gal'perin's "epistemology is based on the notion that the appropriation of new knowledge and skills is the outcome of human action" (Haenen, 1993, p. 97). Then, teaching-learning processes aim to qualitatively improve the repertoire of present and actual actions (Haenen, 1993). "The optimization of this repertoire depends on the pupil's representations of the goal, the structure and the mediational means to execute a certain action" (Haenen, 1993, p. 97). The term *orienting base* is used to refer to such representations. In consequence, *main activity systems* and *activity subsystems* are developed from the decisions made by the teachers to represent the meanings of the concepts addressed.

On the one hand, there are didactic/semiotic relations ($R-\alpha$) between *model S* and every *main activity system* and didactic/semiotic relations ($R-\alpha'$) between *model S* and *activity subsystems*. On the other hand, there are semiotic relations ($R-\beta$) between the *main activity system* and

activity subsystems and semiotic relations ($R-\beta'$) between *activity subsystems*. Below is the representation of the scheme of the teacher's teaching model for free-falling objects (Figure 2).

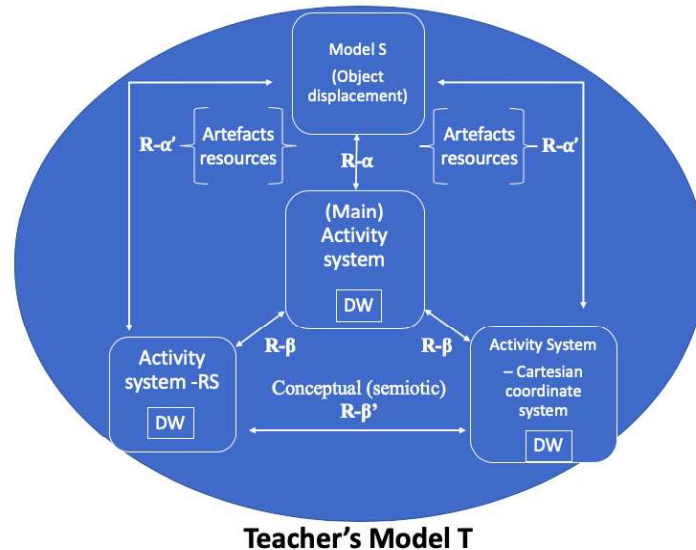


Figure 2: Scheme of Relations between Model S and Activity Systems Produced From a Teacher's Documentational Work (DW)

To analyze the characteristics of a novice teacher's *teaching model*, we worked with a physics teacher in two stages through non-participative observation. The teacher, Carlos (pseudonym), had majored in Physics and worked two years as a teacher when the first round of data was collected. In the first stage, Carlos' classes were video-recorded as he taught kinematics and dynamics topics to identify when he addressed free-fall topics and the concept of RS. The observation comprised 20 hours of class and transcriptions of selected excerpts were done. In the second stage, the teacher's classes were video-recorded as well, but only when Carlos taught specific topics selected from the first stage to analyze changes in the way he taught after two years of teaching experience. The observation in this stage lasted four hours of class. At the end of this stage, a semi-structured interview was conducted to acquire more elements of the teacher's *documentational work*.

Results and Discussion

To characterize the teacher's *model T*, we analyze the relations between *model S* and *activity systems* (Figure 2). The analysis considers both *artefacts* and *resources* used by Carlos. Then, instead of analyzing each isolated element (artefacts and resources), a multimodal analysis is carried out, considering the close relationship between both elements to establish the relations previously described. When analyzing these relations, there are two key elements to consider: the artefacts (particularly gestures) used by Carlos that provide account of his thought (cognitive structure) and his *documentational work* (utilization of resources) that provides elements of the pedagogical component. If the different relations ($R-\alpha$, $R-\alpha'$, $R-\beta$ y $R-\beta'$) are carried out satisfactorily in Carlos' *model T*, then this is represented by a continuous arrow in the scheme. In contrast, it is represented with a dotted line if there are difficulties to carry out the relations.

Below, we present some results of the characteristics found in Carlos' *teaching model* (model T). In the first stage, whose data are not shown in this article, Carlos had difficulties while

working with the concept of RS. Those difficulties continued along the second stage. Below are two excerpts from one of Carlos' classes from the second stage. The analysis of these excerpts allows for the characterization of Carlos' teaching model. In the class, Carlos addressed the topic "sign of a vector quantity", especially acceleration of gravity [g]. Carlos' *main activity system* corresponds to his explanation on the meaning of the sign of acceleration (acceleration of gravity is included). Then, after writing different equations to analyze object displacement, Carlos directed the students' attention to the meaning of the sign of acceleration.

L1 Carlos: [*addressing the students*] You might have to determine this acceleration. But when determining it, we might get a minus sign, ok? That means that here [*points at the equations on the board in which acceleration might be negative; Figure 3*] you might get plus or minus in the result. But, what does plus or minus mean? (...) for example, if you get plus [*positive result of acceleration*], that means that it increased from nine meters per second [9 m/s] to thirty meters per second [30 m/s]. And, if you get minus [*negative result of acceleration*], that means it is slowing down. There is a deceleration. Then, this means that it lowers from thirty [30 m/s] to nine [9 m/s], ok? Don't forget that minus.



Figure 3: Carlos Points at Signs of Acceleration

From the beginning, Carlos directs the students' attention towards the meaning of the sign of acceleration (L1). However, his explanation mistakes the meaning of the negative sign of the quantity "acceleration" for the meaning of "deceleration". It must be considered that within Carlos' *resource system* is a textbook by Giancoli (2006), which Carlos uses as support [*resource*] during his courses. This textbook emphasizes one must be careful not to conceive the negative sign of an acceleration as a deceleration. Later in class, Carlos deals with the topic of the sign and its relation with free-falling objects:

L2 Carlos: Now, in the vertical axis, the difference is that this deceleration that you see here [*he refers to the second equation from top to bottom; Figure 3*], which is always a constant (...) but in the vertical axis, you will not have to look for this deceleration. Why? Because this deceleration is going to be the deceleration of gravity (...) So, I will put it this way [*writes $a = g = -9.8 \text{ m/s}^2$ on the board*]. (...) I want you to always write the minus sign.

In L2, we observe how Carlos is helped by the Cartesian coordinate system to place the physical phenomenon of acceleration of gravity. Then, he evidently introduces another *activity system*: *activity system-Cartesian coordinate system* (Figure 4). This *activity system* should be related to the context of the RS; that is, to the *main activity system-RS*. This would provide

meaning to the signs used in the context of object displacement (*Model S*). However, Carlos says again, just like he did two years before, that “g” must always be used with a negative sign (L2).

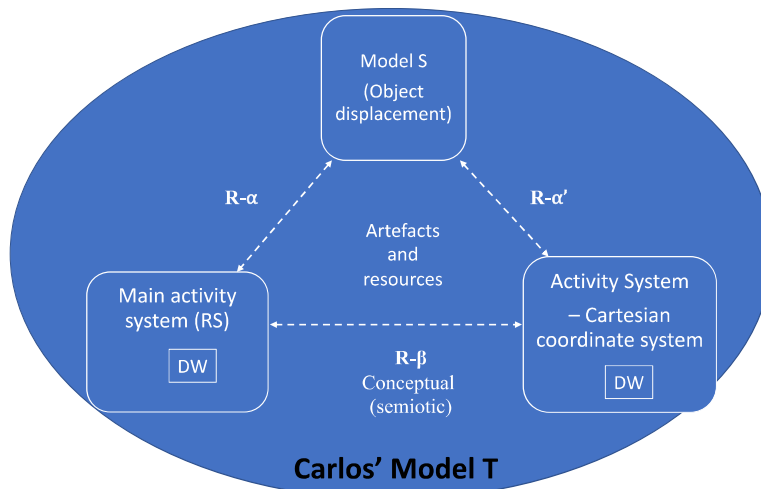


Figure 4: Teacher Carlos' Scheme of Model T

Regarding Carlos' *main activity system*, we observed it includes the *activity-RS system* (Figure 4). However, Carlos' difficulty to carry out a relation R-α, between the *main activity system* and *Model S* (institutional) is evident. Because of this difficulty, the use of the textbook as a *resource* and *artefact* becomes especially important.

Conclusions

In this article, we have presented theoretical and methodological elements to analyze teachers' practices. We presented the *teaching model* as a theoretical and methodological tool to analyze teaching practices. Particularly, we presented characteristics of a novice teacher's *teaching model*. In the case of Carlos—a teacher with four years of experience [teaching seniority] at the time the second part of the data collection was completed—we concluded that, according to the results presented, he shows a *model T* represented by the scheme in Figure 4. At the epistemological level, this *model* is characterized by the fact that the relations between content and objectives of the *main activity systems*—produced from a *documentational work* and derived from a *scientific-institutional model (Model S)* regarding object displacement (relation R-α; Figure 4)—with an *activity system* on the RS or the Cartesian coordinate system (belonging to the mathematical context) are not present. These relations (R-β; Figure 4) allow for reporting the conceptual meanings present in a *main activity system* and other *activity systems (activity subsystems)* that arise during the activity.

References

- Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(3), 205-224.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2004). *Research methods in education*. USA: Routledge Falmer.
- Dobber, M., & van Oers, B. (2015). The role of the teacher in promoting dialogue and polylogue during inquiry activities in primary education. *Mind, Culture, and Activity*, 22(4), 326-341.
- Engeström, Y. (2001). Expansive Learning at Work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, 14(1), 133-156. <https://doi.org/10.1080/13639080020028747>
- Giancoli, D. (2006). *Física. Principios con aplicaciones*. México: Pearson Educación.

- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation system for mathematics Teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71, 199-218.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' work with resources: Documentational geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: Mathematics curriculum materials and teacher development* (pp. 189-213). New York: Springer.
- Haenen, J. (1993). Piotr Gal'perin His lifelong quest for the content of psychology (Doctoral dissertation). Proefschrift Vrije Universiteit Amsterdam. Met lit. opg. Met samenvatting in het Nederlands. Druk.
- Kidron, I., & Bikner-Ahsbahs, A. (2015). Advancing Research by Means of the Networking of Theories. In *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 221-232). Springer Netherlands.
- Kozulin, A. (2000). *Instrumentos psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. España: Paidós.
- Mariotti, M. A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: the role of the teacher. *ZDM*, 41(4), 427-440.
- Moreno-Armella, L. & Sriraman, B. (2010). Symbols and Mediation in Mathematics. In B. Sriraman & L. English (Eds.). *Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers*. Springer. 211-232.
- Pepin, B., Xu, B., Trouche, L., & Wang, C. (2017). Developing a deeper understanding of mathematics teaching expertise: an examination of three Chinese mathematics teachers' resource systems as windows into their work and expertise. *Educational Studies in Mathematics*, 94(3), 257-274. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9727-2>
- Salinas-Hernández, U., & Miranda, I. (2018). Relating Computational Cartesian Graphs to a Real Motion: An Analysis of High School Students' Activity. In *Signs of Signification* (pp. 55-71). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70287-2_4
- Sfard, A. (2005). What could be more practical than good research?: On mutual relations between research and practice of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 393-413.
- Stockero, S. L., Freeburn, B., Van Zoest, L. R., Peterson, B. E., & Leatham, K. R. (2018). Teachers' responses to instances of student mathematical thinking with varied potential to support student learning. In T.E. Hodges, G. J. Roy, & A. M. Tyminski, (Eds.), *Proceedings of the 40th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1076-1083). Greenville, SC: University of South Carolina & Clemson University.
- Vygotsky, L. (2009). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. España: Critica.
- Wartofsky M. (1979). *Models: representation and the scientific understanding*. Boston studies in the philosophy of science, vol. XLVIII. Boston (MA): Reidel Publishing Company.